C	A	U	Christian-Albrechts-Universität zu Kiel	Technische Fakultät

Deckblatt zu einer Klausur am Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Modulprüfung	
Modulname	**Regelungstechnik**
Datum	**09.03.2020**
Prüfpersonen	
1. Prüfperson	**Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Meurer**
ggf. 2. Prüfperson	
Kandidat/in	
Matrikelnummer	
Name, Vorname	

Erklärung der/des Kandidatin/Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.

Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punkte										

Summe der Punkte: ____________ Note: ____________

Einsicht / Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Note einverstanden bin. Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ____________ Unterschrift: ______________________________

Regelungstechnik (WS 19/20) **Klausur (09.03.2020)**

Prof. Dr.–Ing. habil. Thomas Meurer
Lehrstuhl für Regelungstechnik

Bitte beachten Sie:

a) Diese Klausur enthält 4 Aufgaben auf den Seiten 3-9.

b) Dauer der Klausur: 120 Minuten.

c) Erlaubte Hilfsmittel: **Bereitgestellte Formelsammlung und 1 Seite A4 einseitig handschriftlich beschrieben**. Elektronische Hilfsmittel, das Vorlesungsskript oder andere Literatur sind **nicht** zugelassen.

d) Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf alle Blätter, die Sie abgeben.

e) Legen Sie bitte Ihren Studierenden- und Ihren Personalausweis bereit.

f) Geben Sie dieses Deckblatt und die Klausuraufgaben mit Ihrer Klausur ab.

Aufgabe 1. Gegeben ist das elektrische Ersatzschaltbild in Abb. 1. Dieses zeigt eine Spannungsquelle mit der Eingangsspannung u_{in} und einen konstanten Innenwiderstand R_1. An den Ausgangsklemmen ist ein Kondensator mit der konstanten Kapazität C_1 parallel mit einem PT$_2$-Glied bestehend aus einer Spule mit der konstanten Induktivität L, einem Kondensator mit der konstanten Kapazität C_2 und einem konstanten Widerstand R_2 geschaltet. Zusätzlich ist ein **idealer** n-Kanal MOSFET mit Gate-Anschluss G, Drain-Anschluss D und Source-Anschluss S in Diodenschaltung in Reihe vor dem PT$_2$-Glied geschaltet. Der Spannungsabfall u_{DS} vom Drain-Anschluss D zum Source-Anschluss S ist dabei wie folgt modelliert:

$$u_{DS}(u_{C_1}, i_D) = \begin{cases} 0\,\mathrm{V}, & u_{C_1} < 0\,\mathrm{V} \\ i_D R_3, & 0\,\mathrm{V} \leq u_{C_1} \leq u_0 \\ i_D R_3 \left(2 - e^{-\left(u_{C_1} - u_0\right)}\right), & u_{C_1} > u_0 \end{cases},$$

wobei u_{C_1} den Spannungsabfall am Kondensator mit der Kapazität C_1, i_D den anliegenden Strom am Drain-Anschluss und R_3 den konstanten Widerstand des n-Kanals bezeichnen. Eine Spannungsmessung ist mit y gegeben.

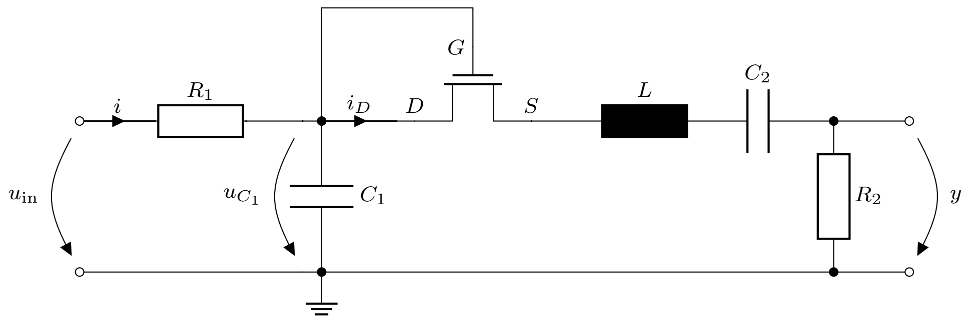


Abb. 1: Elektrisches Ersatzschaltbild.

a) Bestimmen Sie geeignete Systemzustände und beschreiben Sie das nichtlineare System in der Form | 4 P

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}, u_{\text{in}}\right), \\ y &= h(\boldsymbol{x}). \end{aligned}$$

b) Sei $u_{C_1} \geq 0$. Unter welchen Voraussetzungen kann die Schaltung aus Abb. 1 durch ein lineares Differentialgleichungssystem beschrieben werden? Zeichnen Sie für diesen Fall das resultierende elektrische Ersatzschaltbild. | 1 P

c) Gegeben ist das nichtlineare System

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 x_2 - x_3 - \frac{1}{2} x_1 x_3 \\ \sin(x_2) + u_2 - 10^{x_3} + x_1 \\ \sin(u_1)\sqrt{x_2^2 + 1} + x_1^3 \end{bmatrix}, \qquad t > 0, \qquad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0. \tag{1a}$$

$$y = u_2 \ln(x_1^2 + 1) + u_1 x_3, \qquad t \geq 0. \tag{1b}$$

(i) Bestimmen Sie die Ruhelage(n) des Systems (1) für $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{0}$. | 1 P

(ii) Linearisieren Sie das System (1) um einen allgemeinen Arbeitspunkt $(\boldsymbol{x}_{\mathrm{R}}, \boldsymbol{u}_{\mathrm{R}})$ und stellen Sie es wie folgt dar: | 4 P

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\boldsymbol{x}} &= A\Delta\boldsymbol{x} + B\Delta\boldsymbol{u} \\ \Delta y &= \boldsymbol{c}^T\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{d}^T\Delta\boldsymbol{u}. \end{aligned}$$

Hinweis: Beachten Sie, dass $a^y = e^{\ln(a)y}$ für $a > 0$ gilt.

Aufgabe 2. Die folgenden Aufgabenteile sind getrennt voneinander lösbar.

a) Nutzen Sie das Frequenzkennlinienverfahren um einen PI-Regler mit der Reglerübertragungsfunktion | 2.5 P

$$\hat{g}_r(s) = \frac{V_I(1 + T_I s)}{s} \tag{2}$$

für die Regelstrecke $\hat{g}_1(s)$ mit der Übertragungsfunktion

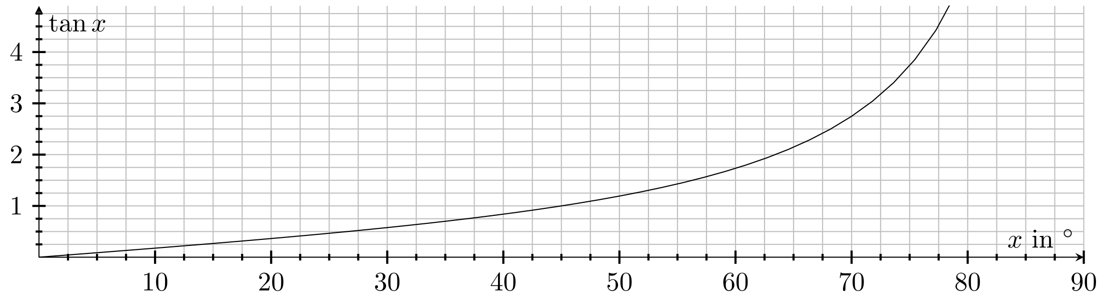
$$\hat{g}_1(s) = \frac{5s + 20}{(s + 0.25)(s^2 + 8s + 17)}$$

so zu entwerfen, dass die Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis

$$t_\mathrm{r} = 1.5\,\mathrm{s}, \qquad \ddot{u} = 5\,\%, \qquad e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)} = 0$$

erfüllt werden.

Hinweis: Beschränken Sie sich bei der Bestimmung der stationären Reglerverstärkung auf die Aufstellung der Bestimmungsgleichung. Nutzen Sie die **nachfolgende** Abbildung $(x, \tan(x))$ um ggf. benötigte Werte graphisch zu bestimmen.



b) Auf dem beiliegenden Hilfsblatt sind die Asymptoten des Bode-Diagramms der Streckenübertragungsfunktion $\hat{g}_2(s)$ gegeben.

(i) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $\hat{g}_2(s)$. | 2 P

(ii) Ist $\hat{g}_2(s)$ schwingungsfähig? Ist $\hat{g}_2(s)$ eingangs-ausgangs-stabil? Begründen Sie ihre Antwort. | 1 P

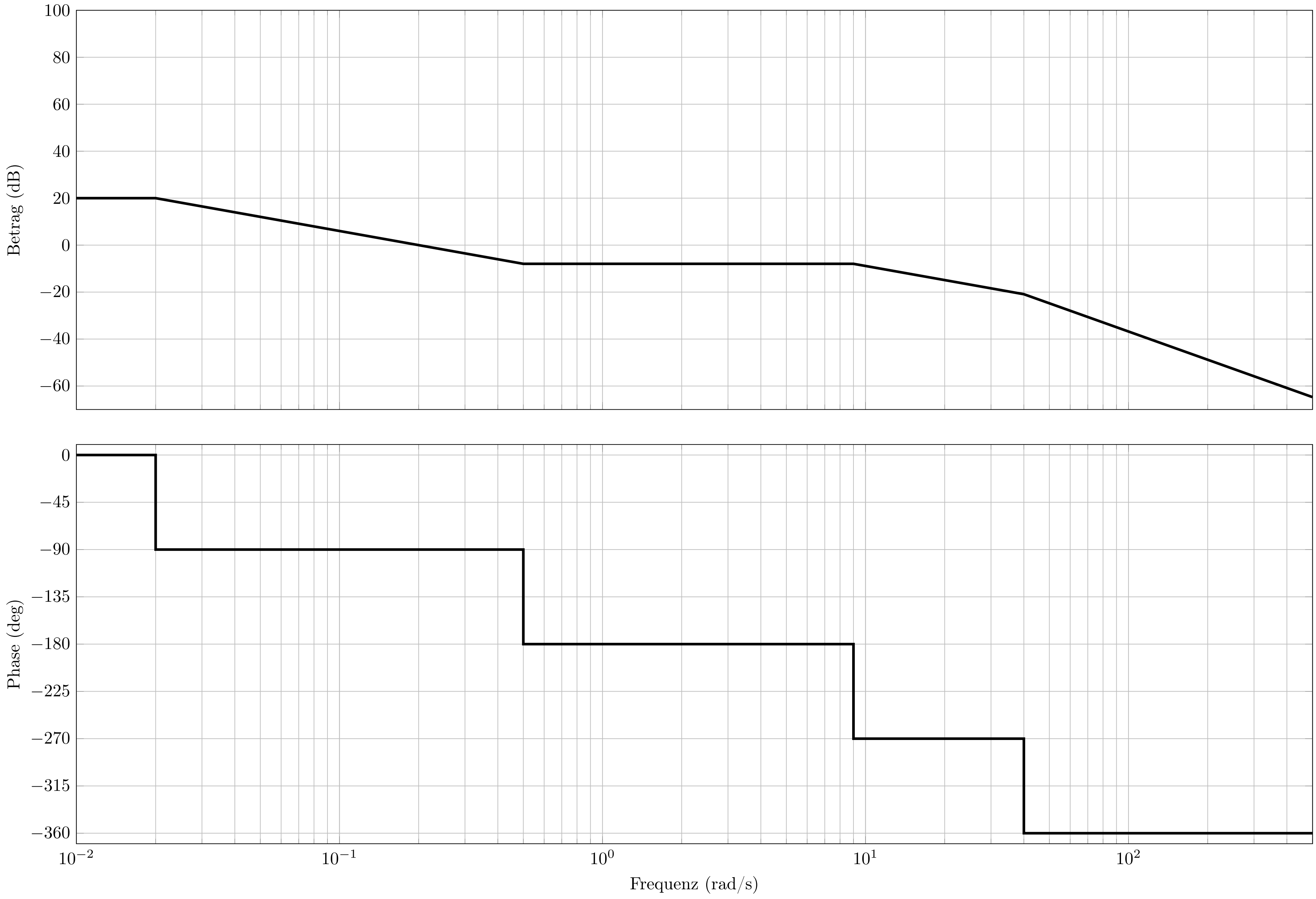
(iii) Nutzen Sie das beiliegende Hilfsblatt mit den Asymptoten von $\hat{g}_2(s)$ um mittels der Phasenreserve zu begründen, ob ein PI-Regler (2) mit $V_I = 100$ und $T_I = 0.025$ zu einer stabilen Führungsübertragungsfunktion

$$\hat{t}_{r,y}(s) = \frac{\hat{g}_r(s)\hat{g}_2(s)}{1 + \hat{g}_r(s)\hat{g}_2(s)} \tag{3}$$

führt. Gehen Sie dazu wie folgt vor.

- Zeichnen Sie die Asymptoten der Reglerübertragungsfunktion in das Bode-Diagramm ein. | 1.5 P
- Konstruieren Sie die Asymptoten des Bode-Diagramms der für die Stabilitätsprüfung von $\hat{t}_{r,y}(s)$ mittels Phasenreserve relevanten Übertragungsfunktion. | 2 P
- Kennzeichnen Sie die Phasenreserve eindeutig im Bode-Diagramm und treffen Sie darauf basierend eine begründete Aussage zur Stabilität der Führungsübertragungsfunktion (3). | 1 P

Hinweis: Es ist ausreichend, wenn Sie im Hilfsblatt mit den Asymptoten der jeweiligen Bode-Diagramme arbeiten und argumentieren.



Betrag (dB)
100
80
60
40
20
0
−20
−40
−60
Phase (deg)
0
−45
−90
−135
−180
−225
−270
−315
−360
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequenz (rad/s)

Aufgabe 3. Die folgenden Aufgabenteile sind getrennt voneinander lösbar.

a) In Abbildung 2 ist das Blockschaltbild für das System 1 P

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\0\\5\end{bmatrix}u, \qquad t>0, \qquad \boldsymbol{x}(0)=\boldsymbol{x}_0$$

gegeben. Beschriften Sie die Zustände und erweitern Sie das Blockschaltbild um einen Zustandsregler $u = -\boldsymbol{k}^T\boldsymbol{x}$ mit $\boldsymbol{k}^T = [k_1,\ k_2,\ k_3]$. Gehen Sie dabei davon aus, dass alle Zustände messbar sind.

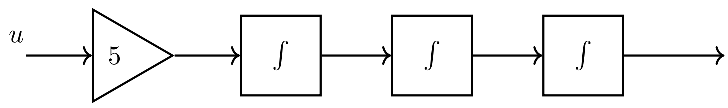


Abb. 2: Blockschaltbild für Aufgabe 3 a).

b) Ihr Unternehmen erstellt die Positionsregelung für geostationäre Satelliten. Ein Kollege hat die vereinfachte Systemdynamik für die Entfernung des neuen Satellitenmodells von seinem Orbit charakterisiert, was auf

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix}-3&1\\2&-2\end{bmatrix}\boldsymbol{x} + \begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}u, \qquad t>0, \qquad \boldsymbol{x}(0)=\boldsymbol{x}_0 \tag{4}$$

führt.

(i) Ihr Kollege bittet Sie zu beurteilen, ob der Satellit eigenständig auf seinem Orbit verbleibt. Untersuchen Sie hierfür die asymptotische Stabilität des Systems. 0.75 P

(ii) Ihr Chef bittet Sie, eine Einschätzung zur regelungstechnischen Funktion des neuen Antriebssystems abzugeben. Treffen Sie eine Aussage über die Steuerbarkeit des Systems und bestimmen Sie gegebenenfalls den steuerbaren und den nicht steuerbaren Unterraum. 1.25 P

(iii) Das aktuelle Satellitenmodell mit der Dynamik 2 P

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix}1&4\\5&2\end{bmatrix}\boldsymbol{x} + \begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}u, \qquad t>0, \qquad \boldsymbol{x}(0)=\boldsymbol{x}_0 \tag{5}$$

bleibt nicht stabil auf seinem Orbit. Entwerfen Sie einen Zustandsregeler für diesen Satelliten so, dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei $\lambda_1 = -3$ und $\lambda_2 = -6$ liegen. Nutzen Sie hierfür die Formel von Ackermann.

c) Gegeben ist das Differentialgleichungssystem

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} u, \qquad t > 0, \qquad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{0}$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}, \qquad t \geq 0.$$

(i) Transformieren Sie das System in Diagonalform. | 2 P

(ii) Bestimmen Sie die Lösung $\boldsymbol{x}(t)$ des Systems für ein allgemeines $u(t)$. | 1 P

(iii) Stellen Sie fest, ob das System vollständig steuerbar ist. Nutzen Sie hierfür das Gramsche Steuerbarkeitskriterium. Begründen Sie, warum zum Nachweis die in (i) ermittelte Diagonalform genutzt werden kann. | 1.5 P

d) Gegeben ist das Differentialgleichungssystem | 0.5 P

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -6 \\ 1 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} u, \qquad t > 0, \qquad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}, \qquad t \geq 0.$$

Bestimmen Sie die Regelungsnormalform.

Aufgabe 4. Die folgenden Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar.

a) Untersuchen Sie die folgenden Übertragungsfunktionen auf deren Eingangs-/Ausgangsstabilität und interne Stabilität. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. | 2.5 P

$$\hat{g}_1(s) = \frac{1}{s^3 + s^2 + s + 4}, \qquad \hat{g}_2(s) = \frac{s}{s^3 + s^2 + 3s}, \qquad \hat{g}_3(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s-\frac{1}{2})^2}$$

b) Gegeben ist das lineare System | 2.5 P

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, && t > 0, && \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}, && t \geq 0 \end{aligned}$$

für welches Sie den geschlossenen Regelkreis mit Zustandsregler und Zustandsbeobachter analysieren sollen.

Untersuchen Sie für $\boldsymbol{k}_1^T = [16,\ 8]$ und $\boldsymbol{k}_2^T = [4,\ 4]$ sowie für $\boldsymbol{l}_1 = [2,\ 1]^T$ und $\boldsymbol{l}_2 = [6,\ 9]^T$ die Stabilität des geschlossenen Regelkreises. Für welche Kombinationen von $\boldsymbol{k}_i^T$ und $\boldsymbol{l}_j$ entscheiden Sie sich? Begründen Sie Ihre Antwort durch eine Rechnung und erläutern Sie, warum Sie gegebenenfalls andere Kombinationen ausschließen.

c) Kreuzen Sie die richtige Antwort der folgenden Aussagen an. Eine falsche Antwort wird mit -0.5 P gewertet. Im gesamten Aufgabenteil können minimal null Punkte erreicht werden.

(i) Ist eine Übertragungsfunktion $\hat{g}(s)$ strikt proper, dann ist sie auch eingangs-ausgangs-stabil. | 0.5 P

☐ Ja ☐ Nein

(ii) Ist eine Übertragungsfunktion nicht eingangs-ausgangs-stabil, dann existiert kein Eingang u, welcher die Systemdynamik stabilisiert. | 0.5 P

☐ Ja ☐ Nein

(iii) Ist eine Übertragungsfunktion eingangs-ausgangs-stabil, dann ist die zugehörige Minimalrealisierung asymptotisch stabil. | 0.5 P

☐ Ja ☐ Nein

(iv) Ist die Übertragungsfunktion eines linearen, zeitinvarianten Systems eingangs-ausgangs-stabil, dann ist dessen Zustandsdarstellung immer asymptotisch stabil. | 0.5 P

☐ Ja ☐ Nein

(v) Ist ein instabiles System nicht vollständig steuerbar, dann existiert keine Zustandsrückführung, welche die Systemdynamik stabilisieren kann. | 0.5 P

☐ Ja ☐ Nein

(vi) Kann die Dynamikmatrix eines nicht schwingungsfähigen Systems konjugiert komplexe Eigenwerte besitzen? | 0.5 P

☐ Ja ☐ Nein

d) Gegeben ist die Übertragungsfunktion

$$\hat{g}(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)} = \frac{8(1+4s)(s-2)}{\left(1+\frac{s}{10}+\frac{s^2}{100}\right)(s+2)}. \tag{6}$$

(i) Geben Sie den Anfangswert ($t \to 0^+$) und den Endwert ($t \to \infty$) der Sprungantwort an. | 1 P

(ii) Bestimmen Sie die Antwort $y(t)$ im eingeschwungenen Zustand für die Anregung | 1 P

$$u(t) = \cos\left(3t - \frac{\pi}{4}\right) + t^2 e^{-t}.$$

Verwenden Sie dazu das in Abbildung 3 gezeigte Bode-Diagramm von $\hat{g}(s)$.

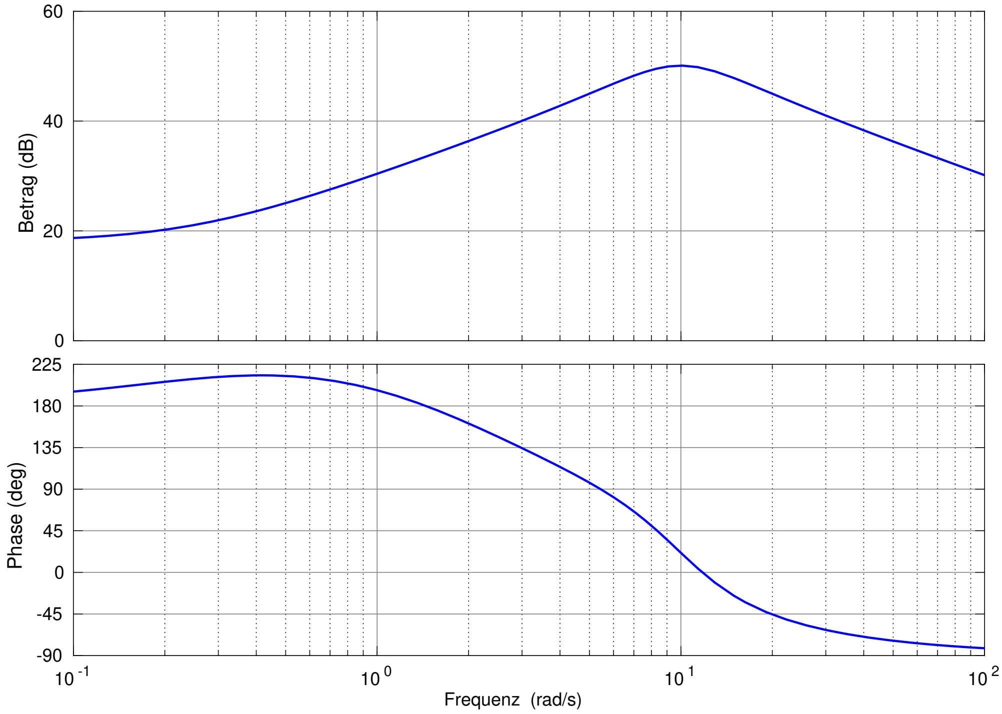


Abb. 3: Bode-Diagramm der Übertragungsfunktion (6).