Lösungen zur Klausur Regelungstechnik I (WS 13/14)

Aufgabe 1

a) $u = P_H$, da mittels P_H Einfluss auf T genommen werden kann.

b) $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} T & s & \dot{s} \end{bmatrix}^T$

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} \frac{u - \alpha A(T_0 - x_1) - c_V V \frac{d}{dx_2}\left(\rho(x_2, x_1)\right) x_3 x_1}{c_V V\left(\frac{d}{dx_1}\left(\rho(x_2,x_1)\right)x_1 + \rho(x_2,x_1)\right)} \\ x_3 \\ \frac{(\rho(x_2,T_0) - \rho(x_2,x_1))Vg - mg - dx_3}{m} \end{bmatrix} , \qquad y = \begin{bmatrix} x_3 \end{bmatrix}$$

c)
$$\begin{aligned} 0 &= \frac{u - \alpha A(T_0 - x_1) - c_V V \frac{d}{dx_2}\left(\rho(x_2, x_1)\right) x_3 x_1}{c_V V\left(\frac{d}{dx_1}\left(\rho(x_2,x_1)\right)x_1 + \rho(x_2,x_1)\right)} \\ 0 &= x_3 \\ 0 &= \frac{(\rho(x_2,T_0) - \rho(x_2,x_1))Vg - mg - dx_3}{m} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad T_R = -\frac{P_R}{\alpha A} + T_0$$

d)
$$A = \begin{bmatrix} \frac{\alpha A}{c_V V k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\rho_0 T_0 V g}{m x_{1,R}^2} & 0 & -\frac{d}{m} \end{bmatrix} , \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_V V k} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} , \quad c^T = \begin{bmatrix} 0 \; 0 \; 1 \end{bmatrix} , \quad d = 0$$

Aufgabe 2

a) siehe Abbildung 1, Resonanzüberhöhung: 34 dB

b) $\omega_c = 1\,\mathrm{rad/s}, \quad \phi_{\text{soll}} = 67°$

c) siehe Abbildung 1, $\phi_{\text{ist}} \approx 22°$

d) $\arg(\hat{g}(i\omega_c)) = -158°$

e) $\phi_{\text{ist}} \approx 22°$, $\quad \varDelta\varphi = 45°$

f) $|\hat{g}_r(\mathrm{i}\omega_{\max})| = \cdots = \frac{|V|}{\sqrt{\eta}}$

g) $\eta = \frac{14^2}{34^2}$, $\quad T = \frac{34}{14}\,\mathrm{s}$, $\quad V = \frac{200}{34}$

h) PI nein, da keine Phasenanhebung. Kompensationsregler nein, keine Phasenanhebung bei ω_c da $\omega_k \gg \omega_c$.

Aufgabe 3

a) $b \neq 0 \;\rightarrow$ vollständig steuerbar

b) Vgl. Übung 8

c)
$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\text{ext}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}}_{=A_{\text{ext}}} \boldsymbol{x}_{\text{ext}} + \underbrace{\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}}_{=\boldsymbol{b}_{\text{ext}}} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r , \qquad \det(S(A_{\text{ext}}, \boldsymbol{b}_{\text{ext}})) = \det \begin{bmatrix} -3 & -6 \\ 0 & -12 \end{bmatrix} = 36 \neq 0$$

d)
$$u = -\underbrace{\begin{bmatrix} (k + cV_P) & -V_I \end{bmatrix}}_{=\boldsymbol{k}_{\text{ext}}} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ x_I \end{bmatrix}}_{=\boldsymbol{x}_{\text{ext}}} + V_P r$$

e) $\boldsymbol{k}_{\text{ext}}^T = \begin{bmatrix} -2 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$, $\quad k = -2$, $\quad V_I = \frac{1}{3}$, $\quad V_P = 0$

f) Die Einregelzeit

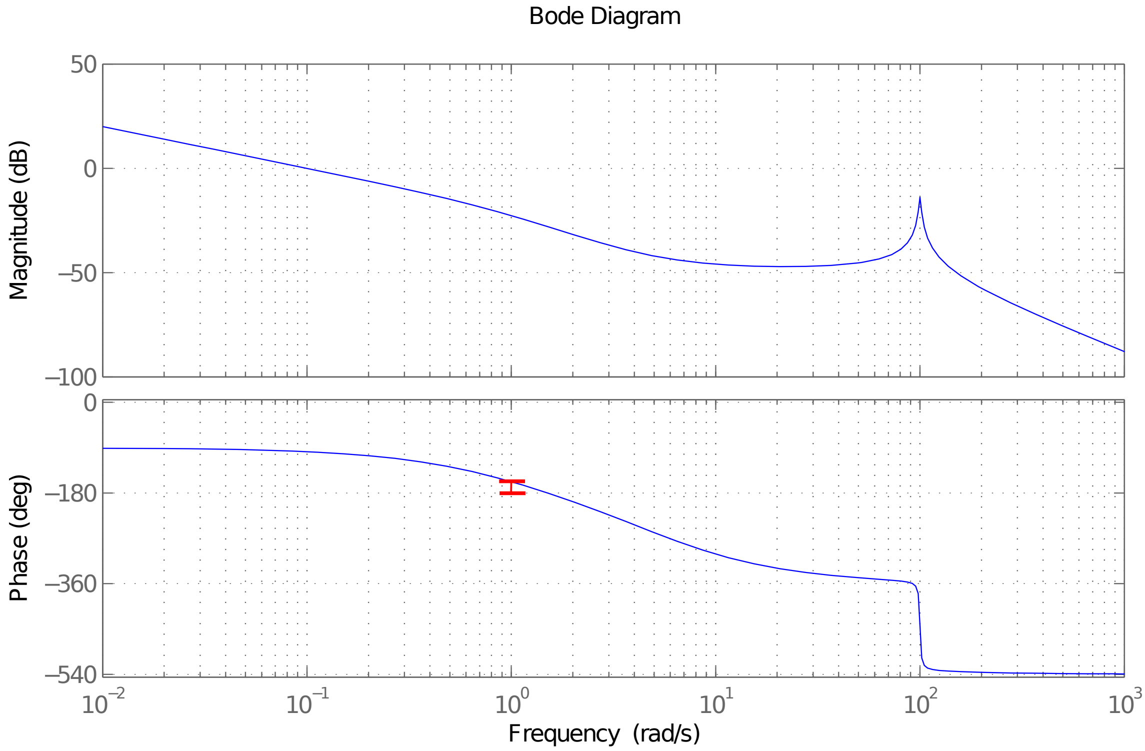

Abb. 1: Bodediagramm zu Aufgabe 2.

a) i) $\hat{t}_{r,y} = \frac{1}{s+2}$, $\hat{t}_{r,e} = \frac{s+1}{s+2}$, $\hat{t}_{r,u} = \frac{s+1}{(-s+1)(s+2)}$

ii) instabil

b) i) $\lambda_1 = -2,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = -1 + i,\ \lambda_4 = -1 - i$

ii) asymptotisch stabil

iii) $$\varPhi(t) = \begin{bmatrix} e^{-t}\cos(t) & e^{-t}\sin(t) & 0 & 0 \\ -e^{-t}\sin(t) & e^{-t}\cos(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-2t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-4t} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t}\left(\cos(t) - 2\sin(t)\right) \\ e^{-t}\left(-\sin(t) - 2\cos(t)\right) \\ -e^{-2t} \\ 3e^{-4t} \end{bmatrix} + \underbrace{\int_0^t \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ e^{-2(t-\tau)} \\ 0 \end{bmatrix} 1 d\tau}_{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2}(1 - e^{-2t}) \\ 0 \end{bmatrix}}$$

c) i) $\Re(\alpha) > 0, \beta = 0$

ii) Ordnungen der Übertragungsfunktion und des linearen, zeitinvarianten Systems sind identisch.

d) $0 < \alpha < 40$