C | A | U	Christian-Albrechts-Universität zu Kiel	Technische Fakultät

Deckblatt zu einer Klausur am Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Modulprüfung	
Modulname	**Regelungstechnik**
Datum	**19.09.2019**
Prüfpersonen	
1. Prüfperson	**Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Meurer**
ggf. 2. Prüfperson	
Kandidat/in	
Matrikelnummer	
Name, Vorname	

Erklärung der/des Kandidatin/Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.

Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punkte										

Summe der Punkte: ____________ Note: ____________

Einsicht / Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Note einverstanden bin. Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ____________ Unterschrift: ______________________

Bitte beachten Sie:

a) Diese Klausur enthält 4 Aufgaben auf den Seiten 3-9.

b) Dauer der Klausur: 120 Minuten.

c) Erlaubte Hilfsmittel: **Bereitgestellte Formelsammlung und 1 Seite A4 einseitig handschriftlich beschrieben**. Elektronische Hilfsmittel, das Vorlesungsskript oder andere Literatur sind **nicht** zugelassen.

d) Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf alle Blätter, die Sie abgeben.

e) Legen Sie bitte Ihren Studierenden- und Ihren Personalausweis bereit.

f) Geben Sie dieses Deckblatt und die Klausuraufgaben mit Ihrer Klausur ab.

Aufgabe 1. Die folgenden Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar.

Betrachtet wird die vertikale Tauchdynamik der in Abb. 1 dargestellten und vollständig getauchten Tauchglocke mit der Leermasse m_0. Die Tauchglocke ist an einem Seil befestigt und hat einen Wassertank zur Regelung der Tauchtiefe. Eine externe Auftriebskraft durch das Seil wird nicht berücksichtigt. Die Tauchtiefe ist mit h definiert. Das Volumen des aufgenommenen Wassers ist mit V_w, dessen Masse mit m_w und die zugehörige konstante Dichte mit ϱ_w angegeben. Die Tauchglocke und der Wassertank werden unabhängig vom Füllstand als symmetrischer Starrkörper angenommen, so dass sich dessen Schwerpunkt S auf der gestrichelten Linie vertikal bewegt. Das Wasservolumen kann durch den Eingang

$$u = \dot{V}_\mathrm{w} = \frac{\dot{m}_\mathrm{w}}{\varrho_\mathrm{w}}$$

verändert werden. Die Auftriebskraft wird mittels des Archimedischen Prinzips

$$F_\mathrm{Auftrieb} = \varrho_\mathrm{w} V g$$

berechnet, wobei V das durch die Tauchglocke konstant verdrängte Wasservolumen und g die Erdbeschleunigung sind. Auf die Tauchglocke wirkt unter Wasser die vertikale Widerstandskraft

$$F_\mathrm{R} = \alpha \dot{h}$$

mit dem Strömungswiderstand $\alpha > 0$. Zur Navigation wird die Tauchtiefe h gemessen.

Hinweis: Die zeitliche Änderung des Impulses $p = m\dot{x}$ mit der Masse m und der Ortskoordinate x ergibt sich zu

$$\dot{p} = \dot{m}\dot{x} + m\ddot{x} = F.$$

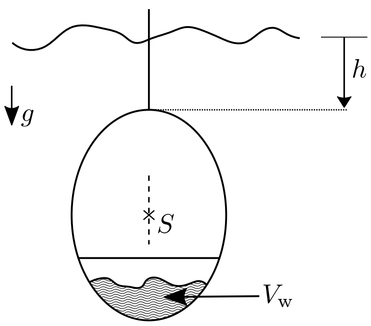


Abb. 1: Querschnitt der Tauchglocke.

a) Die Systemzustände lauten $\boldsymbol{x} = [h, \dot{h}, m_\mathrm{w}]^T$.

(i) Bestimmen Sie die Gesamtmasse m des Starrkörpers. | 0.5 P

(ii) Bestimmen Sie das mathematische Modell in der Form | 4 P

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, u) \\ y &= h(\boldsymbol{x}). \end{aligned}$$

(iii) Geben Sie den Wertebereich von h an, für den das Modell gilt. | 0.5 P

b) Gegeben ist das nichtlineare System

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}-e^{-x_1}+\alpha u_1 - x_2x_3\\ -x_2^{2n}+x_3\\ x_2+1-\ln(u_2^2+1)\end{bmatrix}, \quad t>0, \quad \boldsymbol{x}(0)=\boldsymbol{x}_0\\ y &= \frac{x_1}{x_1^2+1}+e^{u_1}x_3\end{aligned} \tag{1}$$

mit $\alpha > 0$ und $n \in \mathbb{N}$.

(i) Bestimmen Sie die Ruhelage des Systems (1) für $\boldsymbol{u}_\mathrm{R} = \boldsymbol{0}$. | 1 P

(ii) Bestimmen Sie den Eingang $\boldsymbol{u}_\mathrm{R}$ für den Arbeitspunkt $\boldsymbol{x} = [0, 1, 1]$. | 1 P

(iii) Linearisieren Sie das System (1) um einen allgemeinen Arbeitspunkt $(\boldsymbol{x}_\mathrm{R}, \boldsymbol{u}_\mathrm{R})$ und stellen Sie es wie folgt dar: | 3 P

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\boldsymbol{x}} &= A\Delta\boldsymbol{x} + B\Delta\boldsymbol{u}\\ \Delta y &= \boldsymbol{c}^T\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{d}^T\Delta\boldsymbol{u}.\end{aligned}$$

Aufgabe 2.

Gegeben ist die Übertragungsfunktion $\hat{g}(s)$ eines linearen Systems mit dem Pol- und Nullstellendiagramm und der Sprungantwort entsprechend Abb. 2.

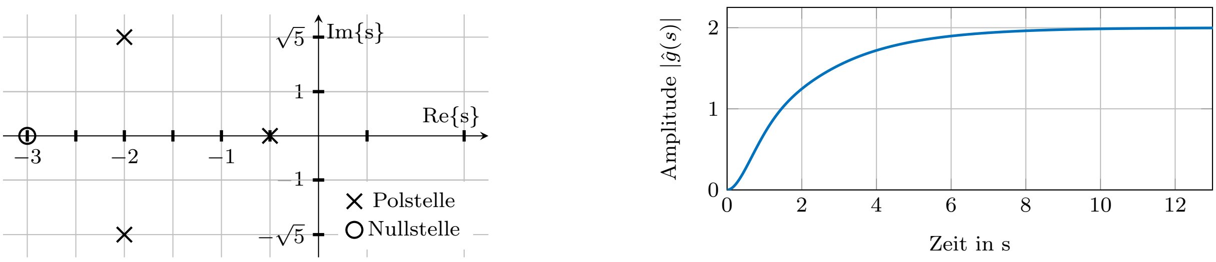


Abb. 2: Pol- und Nullstellendiagramm der Übertragungsfunktion $\hat{g}(s)$ (links) und Sprungantwort (rechts).

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $\hat{g}(s)$. | 1 P

b) Ist $\hat{g}(s)$ schwingungsfähig? Ist $\hat{g}(s)$ eingangs-ausgangs-stabil? Begründen Sie ihre Antwort. | 1 P

Hinweis: Sollten Sie in Aufgabenteil a) nicht auf eine Übertragungsfunktion gekommen sein, nutzen Sie für die folgenden Aufgaben

$$\hat{g}(s) = 27 \frac{2s + 6}{(2s + 1)(9s^2 + 4s + 81)} .$$

c) Zeichnen Sie auf dem beiliegenden Hilfsblatt das Bodediagramm von $\hat{g}(s)$. | 3 P

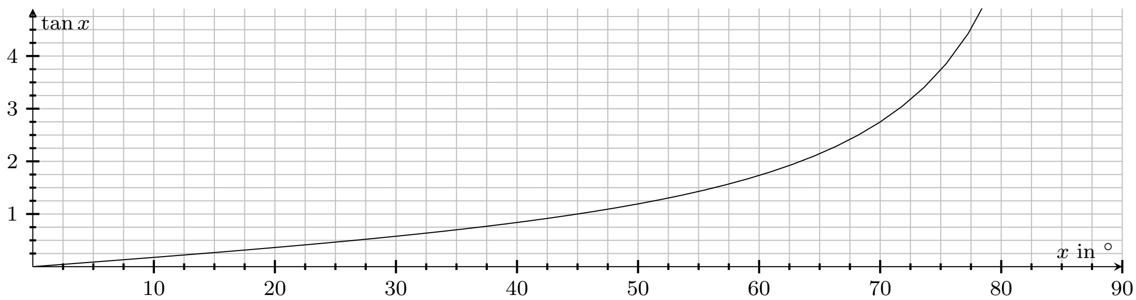
Hinweis: Es gilt $\log_{10}(2) \approx 0.3$.

d) Gegeben sind die Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis | 4 P

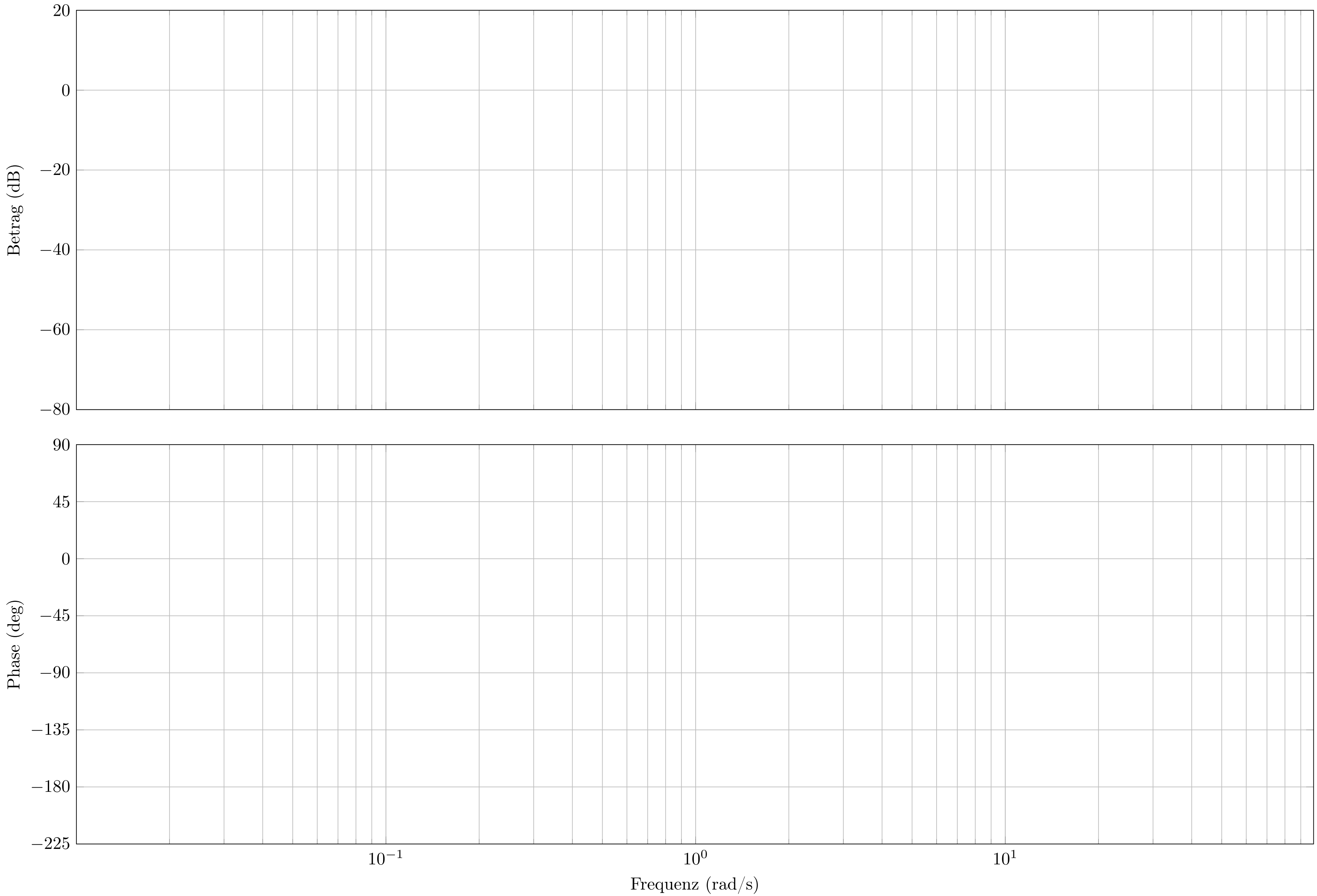
$$\begin{aligned} t_{\mathrm{r}} &= 0.75\,\mathrm{s} \ , \\ \ddot{u} &= 50\,\% \ , \\ e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)} &= 0 \ . \end{aligned} \tag{2}$$

Nutzen Sie das Frequenzkennlinienverfahren um einen Regler mit einer geeigneten Reglerübertragungsfunktion $\hat{g}_r(s)$ für die Regelstrecke $\hat{g}(s)$ zu entwerfen.

Hinweis: Beschränken Sie sich bei der Bestimmung der stationären Reglerverstärkung auf die Aufstellung der Bestimmungsgleichung. Nutzen Sie die Abbildung des Tangens um benötigte Werte graphisch zu bestimmen.



e) Können Sie mit einem Kompensationsregler einen instabilen Teil der Streckenübertragungsfunktion kompensieren? Begründen Sie ihre Antwort. | 1 P


Betrag (dB)
20
0
−20
−40
−60
−80
Phase (deg)
90
45
0
−45
−90
−135
−180
−225
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
Frequenz (rad/s)

Aufgabe 3. Die folgenden Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar.

a) Erweitern Sie graphisch das in Abb. 3 gegebene Blockschaltbild so, dass (mit Hilfe des Eingangs u) der Ausgang y auf einen Referenzwert r geregelt wird und zusätzlich eine Kompensation des Störgröße d stattfindet. Verwenden Sie hierfür als Reglerübertragungsfunktion $\hat{g}_r(s)$. Nehmen Sie an, dass die Störgröße d messbar und die Eingangsübertragungsfunktion $\hat{g}_u(s)$ proper und bekannt sind. | 1 P

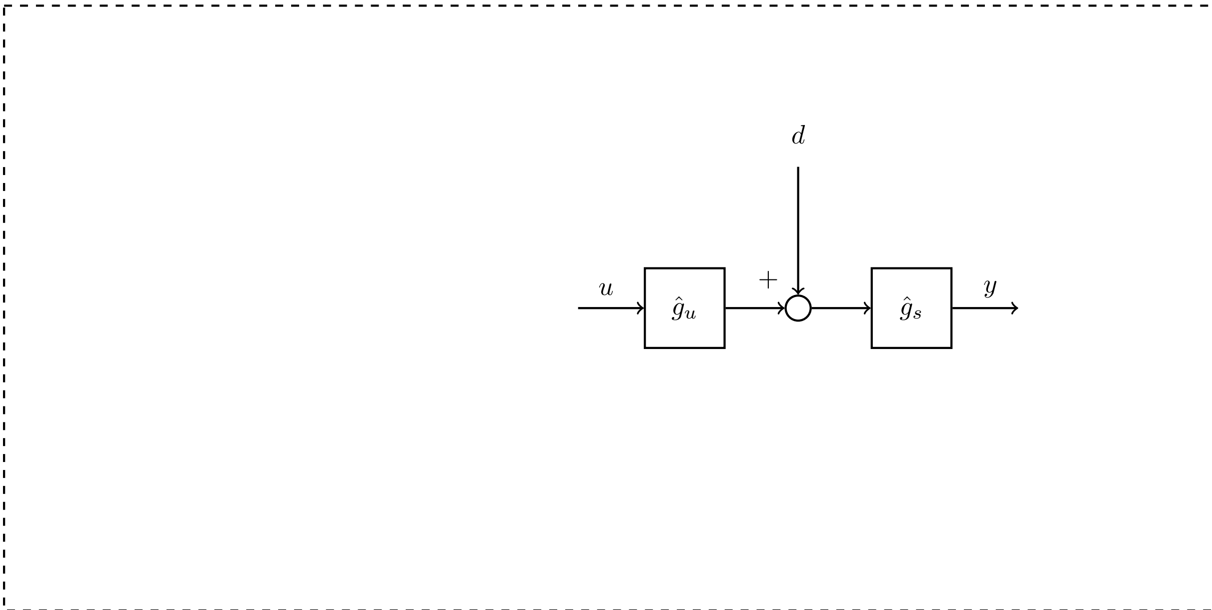


Abb. 3: Blockschaltbilder für Aufgabe 3 a).

b) Gegeben ist das System

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} u, \quad t > 0, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \tag{3a}$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}. \tag{3b}$$

(i) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Dynamikmatrix aus Gleichung (3a). | 1.5 P

(ii) Geben Sie das System aus (3) in der 1. Standardform (Regelungsnormalform) an. Beachten Sie, dass die Transfomationsmatrix nicht explizit bestimmt werden muss. | 0.5 P

(iii) Entwerfen Sie für das System in Regelungsnormalform einen Zustandsregler der die in- oder grenzstabilen Eigenwerte auf -1 verschiebt. | 1 P

(iv) Geben Sie die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises aus Aufgabe (iii) in reeller Jordanscher Normalform an. | 0.5 P

c) Für das System

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}u, \quad t > 0, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \tag{4a}$$
$$y = \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}, \tag{4b}$$

mit $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$, gelten die Bedingungen

$$\mathrm{Rang}\big(S(A, \boldsymbol{c})\big) = n$$

und

$$\mathrm{Rang}\big(O(A^T, \boldsymbol{b}^T)\big) = n.$$

(i) Ist das System aus (4) vollständig steuerbar? Begründen Sie Ihre Antwort. | 1 P

(ii) Welche Aussagen bezüglich der Steuer- und Beobachtbarkeit des zu (4) dualen Systems können Sie für den Fall $A = A^T$ treffen? Welche Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitseigenschaften besitzt das primale System? | 1 P

d) Gegeben ist ein System mit dem charakteristischen Polynom der Dynamikmatrix | 1.5 P

$$p(\lambda) = (\alpha + 1)\lambda^3 - \lambda^2 - \lambda + \alpha.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des Routh-Hurwitz-Verfahrens den Wertebereich für α so, dass $p(\lambda)$ ein Hurwitz-Polynom ist.

e) Gegeben ist die skalare Differentialgleichung

$$\dot{x} = -3x + 3u, \quad t > 0, \quad x(0) = x_0 \tag{5a}$$
$$y = x. \tag{5b}$$

(i) Bestimmen Sie $u = kx$ so, dass die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises den Eigenwert -4 besitzt. | 1 P

(ii) Der in (i) bestimmte Eingang wird durch eine Funktion $v(t)$, welche unabhängig von x ist, erweitert, d.h. | 1 P

$$u = kx + v(t).$$

Bestimmen Sie $v(t)$ so, dass der Ausgang $y = x$ einer allgemeinen Referenztrajektorie $r(t)$, mit $r(0) = y(0) = x_0$ für alle $t \geq 0$ *exakt* folgt.

Aufgabe 4. Die folgenden Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar.

a) Untersuchen Sie die folgenden Übertragungsfunktionen auf deren Eingangs-/Ausgangsstabilität. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. | 2 P

$$\hat{g}_1(s) = \frac{1}{s^3 + s^2 + s + 1}, \qquad \hat{g}_2(s) = \frac{s}{s^3 + s}, \qquad \hat{g}_3(s) = \frac{1}{(s+2)(s+4)(s+\frac{1}{2})^2}$$

b) Gegeben ist die skalare Differentialgleichung

$$\dot{x} = x + \frac{1}{2}u, \quad t > 0, \quad x(0) = x_0.$$

(i) Bestimmen Sie den Eigenwert der Differentialgleichung. | 0.5 P

(ii) Welchen Wert nimmt $x(t)$ in Abhängigkeit von x_0 für $t \to \infty$ und $u = 0$ an? | 1 P

(iii) Bestimmen Sie die allgemeine analytische Lösung der Differentialgleichung und werten Sie $x(t)$ für $t = 1$, $x_0 = 1$ und $u = 2e$ aus. | 1 P

c) Gegeben ist das lineare System

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}, \quad t > 0, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}.$$

(i) Überprüfen Sie die Beobachtbarkeit des Systems mittels des PBH-Rangtests. | 1 P

(ii) Welchen Vorteil bietet der PBH-Rangtest gegenüber dem Kalman-Kriterium? Begründen Sie ihre Antwort. | 0.5 P

(iii) Geben Sie den nicht beobachtbaren Unterraum des Systems an. | 0.5 P

d) Gegeben ist das lineare System

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}, \quad t > 0, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0.$$

Berechnen Sie die analytische Lösung des Systems. Gehen Sie dabei wie folgt vor.

(i) Bestimmen Sie die Transformationsmatrix, welche das System in die Jordansche Normalform transformiert. | 1.5 P

(ii) Bestimmen Sie die Jordansche Normalform. | 0.5 P

(iii) Bestimmen Sie die analytische Lösung des Systems ausgehend von der Normalform. | 0.5 P

(iv) Stellen Sie die analytische Lösung in den Originalkoordinaten dar. | 1 P