C | A | U Christian-Albrechts-Universität zu Kiel | Technische Fakultät

Deckblatt zu einer Klausur am Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Modulprüfung	
Modulname	**Regelungstechnik**
Datum	**20.09.2018**
Prüfpersonen	
1. Prüfperson	**Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Meurer**
ggf. 2. Prüfperson	
Kandidat/in	
Matrikelnummer	
Name, Vorname	

Erklärung der/des Kandidatin/Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.

Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punkte										

Summe der Punkte: ______________ Note: ______________

Einsicht / Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Note einverstanden bin. Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ______________ Unterschrift: ______________________________

Regelungstechnik (SS 18) **Klausur (20.09.2018)**

Prof. Dr.–Ing. habil. Thomas Meurer
Lehrstuhl für Regelungstechnik

Bitte beachten Sie:

a) Diese Klausur enthält 4 Aufgaben auf den Seiten 3-10.

b) Dauer der Klausur: 120 Minuten.

c) Erlaubte Hilfsmittel: **Bereitgestellte Formelsammlung und 1 Seite A4 einseitig handschriftlich beschrieben**. Elektronische Hilfsmittel, das Vorlesungsskript oder andere Literatur sind **nicht** zugelassen.

d) Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf alle Blätter, die Sie abgeben.

e) Legen Sie bitte Ihren Studierenden- und Ihren Personalausweis bereit.

f) Geben Sie dieses Deckblatt und die Klausuraufgaben mit Ihrer Klausur ab.

Aufgabe 1. Das neue Fallschirmmodell Ihrer Firma soll in einem Windkanal getestet werden. Zum Auftrieb befindet sich am Boden des Windkanals ein Ventilator, welcher mit einer Gleichstrommaschine betrieben wird.

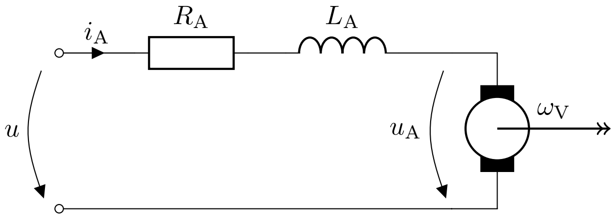


Abb. 1: Ersatzschaltbild der Gleichstrommaschine (GSM).

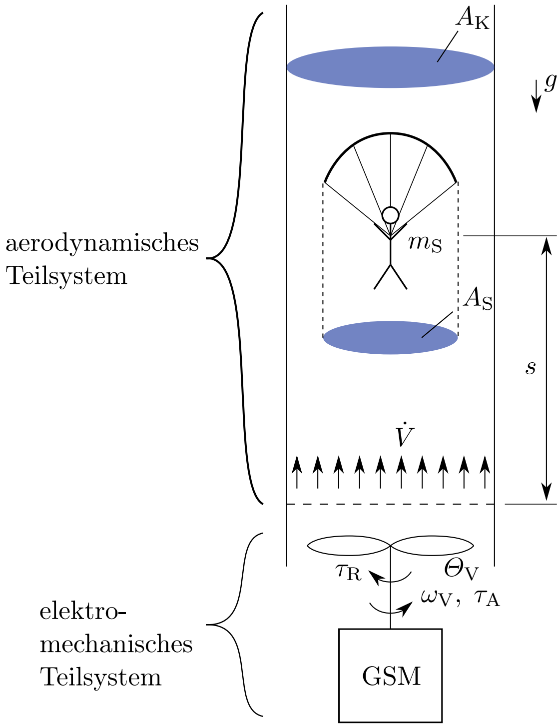


Abb. 2: Aerodynamisches & elektro-mechanisches Teilsystem.

Das Ersatzschaltbild der Gleichstrommaschine mit dem Ankerwiderstand R_A und der Ankerinduktivität L_A ist in Abb. 1 gezeigt. Die Eingangsspannung u steuert die Gleichstrommaschine. Dabei gelten für den Ankerstrom i_A, die Ankerspannung u_A, die Ventilatorwinkelgeschwindigkeit ω_V und das Ankerdrehmoment τ_A die linearen Zusammenhänge

$$u_A = \alpha\,\omega_V, \qquad \tau_A = \beta\, i_A, \qquad \alpha, \beta = \text{const.}$$

Der zylindrische Windkanal mit der Querschnittsfläche A_K und der Ventilator mit dem Massenträgheitsmoment Θ_V sind in Abb. 2 gezeigt. Auf den Ventilator wirkt das geschwindigkeitsproportionale Reibdrehmoment

$$\tau_R = \gamma\,\omega_V, \qquad \gamma = \text{const.}$$

Der vom Ventilator erzeugte Volumenstrom berechnet sich zu

$$\dot{V} = k\,\omega_V, \qquad k = \text{const.}$$

Die Höhe s des Schwerpunktes für die Gesamtmasse m_S von Fallschirmspringer und Fallschirm kann mit einem Sensor gemessen werden. An diesem Punkt sei die Widerstandsfläche des Fallschirms vereinfachend A_S. Die dynamische Auftriebskraft berechnet sich in diesem Fall als

$$F_W = \frac{1}{2} c_W\,\varrho\,A_S\,v^2,$$

wobei v die relative Anströmgeschwindigkeit, c_W den aerodynamischen Profilwiderstandsbeiwert und ϱ die Luftdichte bezeichnen.

a) Bestimmen Sie die Dynamikmatrix A_1, den Eingangsvektor $\boldsymbol{b}_1$, den Ausgangsvektor $\boldsymbol{c}_1^T$ und den Durchgriff d_1 des elektro-mechanischen Teilsystems | 2.5 P

$$\dot{\boldsymbol{x}}_1 = A_1 \boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{b}_1 u,$$
$$y_1 = \boldsymbol{c}_1^T \boldsymbol{x}_1 + d_1 u$$

mit den Zuständen $\boldsymbol{x}_1 = [i_\mathrm{A}, \omega_\mathrm{V}]^T$ und dem Ausgang $y_1 = \dot{V}$.

b) Bestimmen Sie das mathematische Modell | 2 P

$$\dot{\boldsymbol{x}}_2 = \boldsymbol{f}_2(\boldsymbol{x}_2, \dot{V}),$$
$$y_2 = h_2(\boldsymbol{x}_2)$$

des aerodynamischen Teilsystems, welches die vertikale Flugbahn beschreibt. Wählen Sie hierfür einen geeigneten Zustandsvektor $\boldsymbol{x}_2$. Der Systemeingang ist der Volumenstrom $\dot{V}$.

Hinweis: Der Volumenstrom $\dot{V}$ ist vereinfacht das Produkt aus der durchströmten Fläche mit der Strömungsgeschwindigkeit.

c) Erklären Sie kurz, wie beide Teilsysteme gekoppelt sind. | 0.5 P

d) Gegeben ist das nichtlineare System

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln\left(x_1^2\right) + (x_2 - 1)^3 \cos\left(\frac{x_1 \pi}{2}\right) \\ x_2 e^{\alpha\, u_1} - \sqrt{x_1 u_2} \end{bmatrix},$$
$$y = \cosh(x_1)(1 - u_2)^2$$

(i) Bestimmen Sie die Ruhelage(n) des Systems für $\boldsymbol{u}_\mathrm{R} = [u_{1,\mathrm{R}}, u_{2,\mathrm{R}}]^T = \boldsymbol{0}$. | 2.5 P

(ii) Linearisieren Sie das System um einen allgemeinen Arbeitspunkt $(\boldsymbol{x}_\mathrm{R}, \boldsymbol{u}_\mathrm{R})$ und stellen Sie es wie folgt dar: | 2.5 P

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = A \Delta\boldsymbol{x} + B \Delta\boldsymbol{u}$$
$$\Delta y = \boldsymbol{c}^T \Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{d}^T \Delta\boldsymbol{u}$$

Hinweis: Verwenden Sie den Zusammenhang $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \cosh(x) = \sinh(x)$.

Aufgabe 2. Sie sollen einen PID-Regler der Form

$$\hat{g}_r(s) = \frac{V_P(1+T_I s)(1+T_D s)}{s(1+T_r s)}$$

für das System

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= A\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}u, \qquad t > 0, \quad \boldsymbol{x}(0) = x_0, \\ y &= \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}, \qquad t \geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c}^T = \begin{bmatrix} 20 & 0 \end{bmatrix}$$

entwerfen.

a) Bestimmen Sie zunächst die Übertragungsfunktion $\hat{g}(s)$ der Regelstrecke (1). Sollte Ihnen dies nicht gelingen, dann nutzen Sie im Weiteren die Übertragungsfunktion | 1 P

$$\hat{g}(s) = \frac{30}{s^2+2s+3}.$$

b) Anfänglich sind die Reglerparameter mit $V_P = T_I = T_D = T_r = 1$ initialisiert. Ist der offene Regelkreis mit der Übertragungsfunktion $\hat{l}(s) = \hat{g}_r(s)\hat{g}(s)$ eingangs-/ausgangsstabil? Ist der offene Regelkreis schwingungsfähig? Begründen Sie ihre Antworten. | 2 P

c) Erläutern Sie kurz die Bedeutung von T_r bei der Realisierung des PID-Reglers. Wie muss diese Zeitkonstante gewählt werden, um ein näherungsweise ideales PID-Reglerverhalten zu erhalten? | 1 P

d) An den geschlossenen Regelkreis werden folgende Anforderungen gestellt:

$$\begin{aligned} t_r &= 0.5\,\mathrm{s}\ , \\ \ddot{u} &= 30\,\%\ , \\ e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)} &= 0\ . \end{aligned} \tag{2}$$

Gehen Sie zum weiteren Reglerentwurf wie folgt vor:

(i) Ermitteln Sie die charakteristischen Kenngrößen für den Reglerentwurf mittels des Frequenzkennlinienverfahrens. | 0.5 P

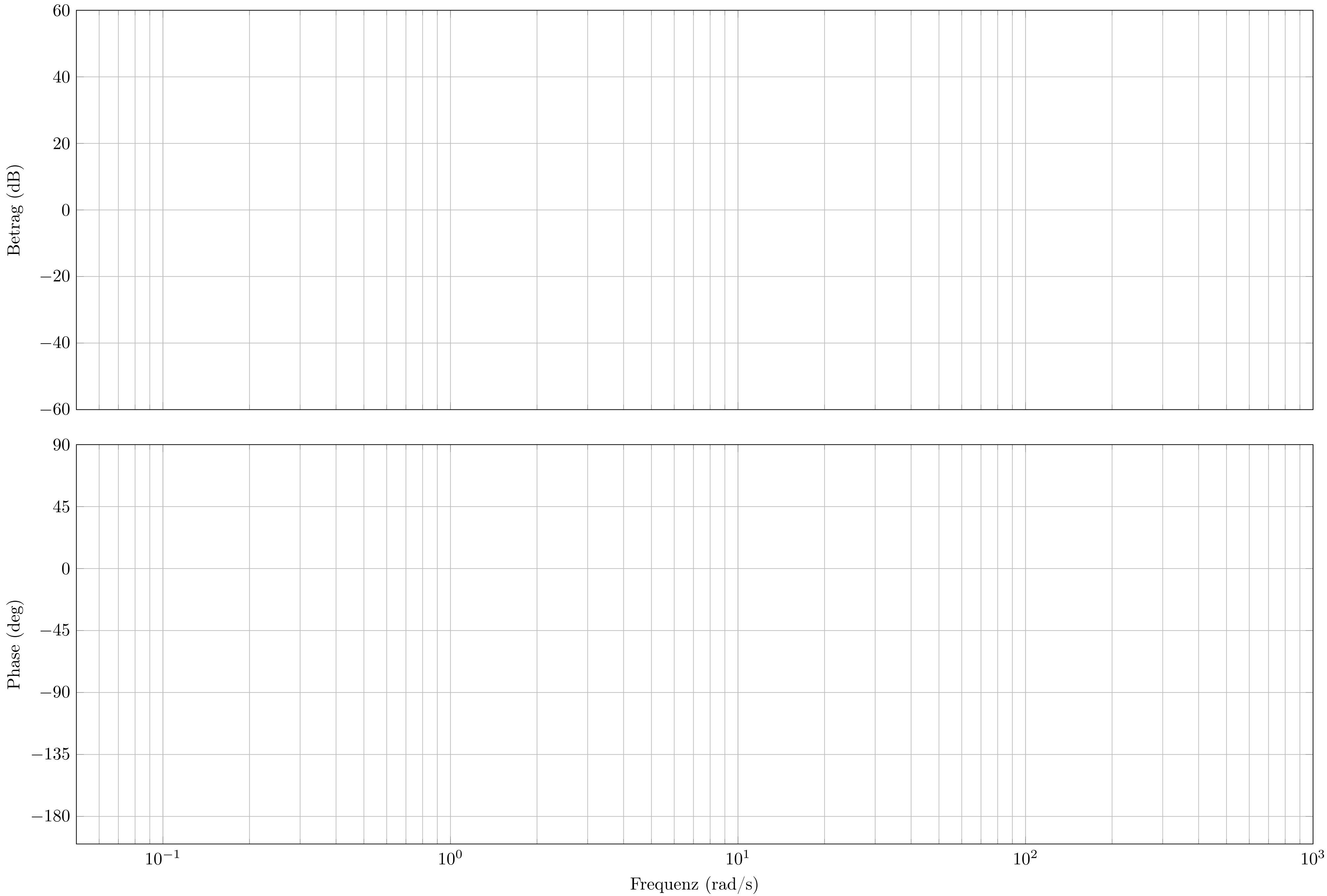
(ii) Wählen Sie $T_D = 1$ und $T_r = 1$. Berechnen Sie die weiteren Parameter der Reglerübertragungsfunktion $\hat{g}_r(s)$ so, dass die Bedingungen in (2) erfüllt sind. Beschränken Sie sich beim Verstärkungsfaktor V_P auf das Aufstellen der Bestimmungsgleichung. Eine explizite Auswertung und Vereinfachung dieses Ausdrucks ist nicht erforderlich. | 1.5 P

Hinweis: Es gelten die Beziehungen $\arg(-7+9\mathrm{i}) \approx 130°$, $\tan(80°) \approx 6$ sowie $\tan(85°) \approx 12$.

e) Prüfen Sie die Eingangs-/Ausgangsstabilität des geschlossenen Regelkreises für die Reglerparameter | 4 P

$$V_P = 1, \quad T_I = 4, \quad T_D = 1, \quad T_r = 0.05.$$

Zeichnen Sie dazu das Bode-Diagramm des offenen Regelkreises auf dem beiliegenden Hilfsblatt und begründen Sie anhand Ihrer Zeichnung kurz schriftlich, ob der der geschlossene Regelkreis eingangs-/ausgangsstabil ist.



60
40
20
0
−20
−40
−60
Betrag (dB)
90
45
0
−45
−90
−135
−180
Phase (deg)
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequenz (rad/s)

Aufgabe 3. Die folgenden Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar.

a) Die Systeme Σ_1 und Σ_2 aus Abbildung 3 sollen von zwei Reglern auf einen Referenzwert r geführt werden. Das System Σ_1 soll mit Hilfe eines PI-Reglers (Übertragungsfunktion $\hat{g}_r(s)$) geregelt werden, während für das System Σ_2 eine Zustandsrückführung mit dem Rückführvektor $\boldsymbol{k}^T$ entworfen wurde. | 2.5 P

Ergänzen Sie die Blockschaltbilder in Abb. 3 um die jeweilige Reglerstruktur.

Hinweise:

- Die Darstellung der Signale kann sowohl im Frequenzbereich als auch im Zeitbereich genutzt werden.
- Verwenden Sie, wenn nötig, einen Vorfilter h zur Realisierung der Referenzwertvorgabe.

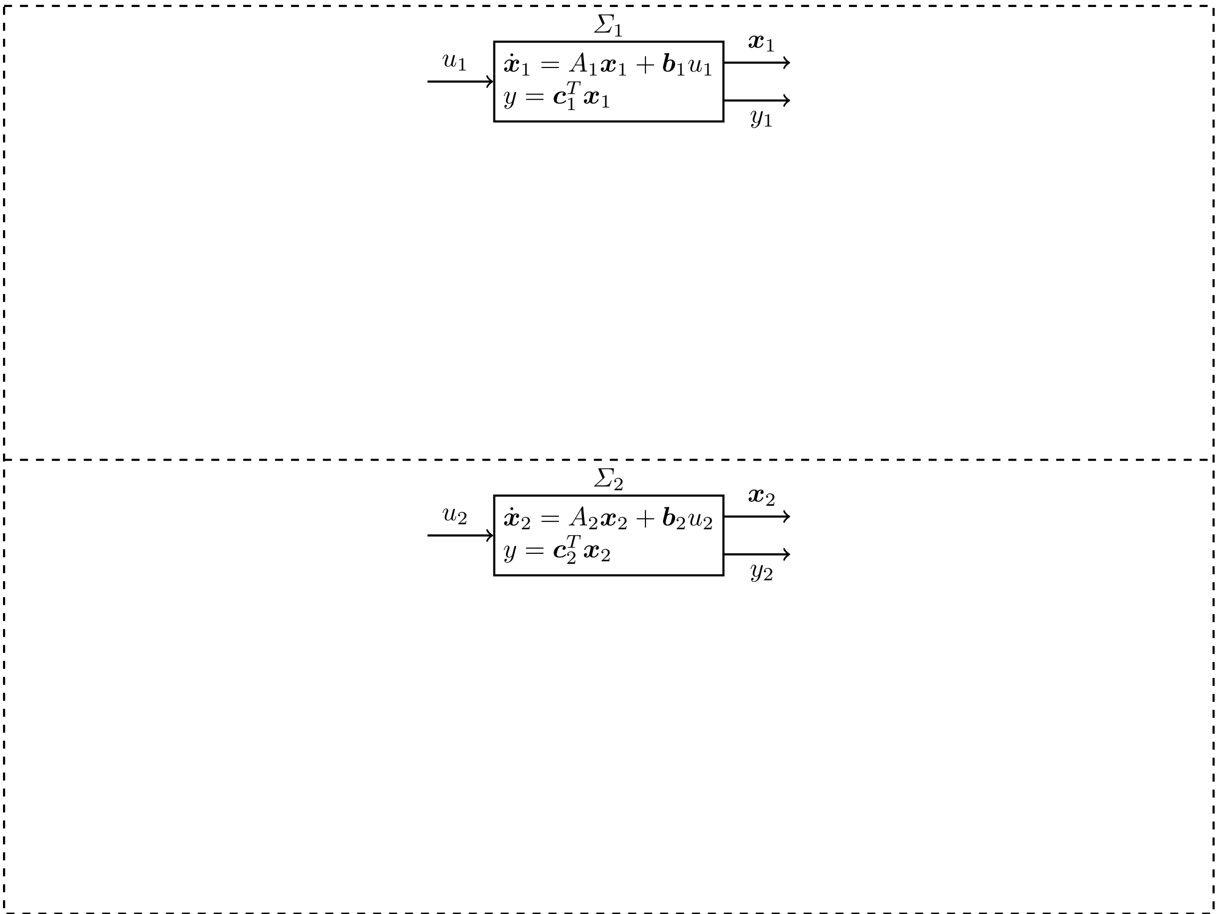


Abb. 3: Blockschaltbilder für Aufgabe 3 a).

b) Sie arbeiten in einem Unternehmen, welches autonome Elektroautos herstellt. Um den Gewinn zu maximieren, soll in ein neues Modell ein wesentlich günstigerer Sensor für die Lenkautomatik eingebaut werden. Die Dynamik der Lenkautomatik wurde von Ihnen mit | 2 P

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \boldsymbol{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{b}} u, \qquad t > 0, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \tag{3}$$

charakterisiert. Durch die neue Sensorik ergibt sich folgende Ausgangsgleichung:

$$y_n = \boldsymbol{c}_n^T \boldsymbol{x} \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{c}_n^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Überprüfen Sie die Eignung des Sensors mit der Ausgangsgleichung (4) zum Entwurf eines Zustandsbeobachters für die Dynamik (3).

c) Es hat sich herausgestellt, dass der neue Sensor zu viel Sensordrift hat. Um keine Unfälle zu verursachen, wird die alte Sensorik mit der Ausgangsgleichung | 4.5 P

$$y_a = \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x} \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{c}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

wieder verbaut.

Entwickeln Sie einen Zustandsbeobachter, der die Eigenwerte der Fehlerdynamik jeweils um -3 gegenüber den Eigenwerten der Dynamikmatrix A verschiebt.

Hinweis: Gehen Sie von der vollständigen Beobachtbarkeit des Systems (3) mit der Ausgangsgleichung (5) aus. Die Beobachtbarkeitsmatrix lautet in diesem Fall

$$O(\boldsymbol{c}^T, A) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 \\ 8 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

und es gilt für deren Adjunkte

$$\operatorname{adj}\big(O(\boldsymbol{c}^T, A)\big) = \begin{bmatrix} 5 & -8 & 3 \\ 0 & 8 & -3 \\ -5 & 7 & -2 \end{bmatrix}.$$

d) Für den Positionsregler des Autos wurden die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises zu

$$\lambda_1 = -10 \quad \lambda_2 = -20 \quad \lambda_3 = -30 \tag{6}$$

gewählt. Ihr Kollege hat die Eigenwerte der Beobachterfehlerdynamik auf

$$\hat{\lambda}_1 = -1 \quad \hat{\lambda}_2 = -2 \quad \hat{\lambda}_3 = -3 \tag{7}$$

geschoben.

(i) Ist das geregelte System stabil? | 0.5 P

(ii) Welche Probleme können bei der Verwendung des Beobachters im geschlossenen Regelkreis entstehen? | 0.5 P

Begründen Sie ihre Antworten!

Aufgabe 4. Die folgenden Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar.

a) Betrachtet werden die Übertragungsfunktionen

$$\hat{g}_1(s) = \frac{s-2}{s^2 - s + 2}, \qquad \hat{g}_2(s) = \frac{1}{2s^3 + 6s^2 + 4s + 2}.$$

(i) Untersuchen Sie $\hat{g}_1(s)$ und $\hat{g}_2(s)$ auf deren Eingangs-/Ausgangsstabilität. Begründen Sie ihre Antworten jeweils durch Rechnung. | 1.5 P

(ii) Geben Sie den Endwert der jeweiligen Sprungantwort $t \to \infty$ an, sofern dieser existiert. | 0.5 P

b) Gegeben ist die Differentialgleichung

$$z^{(4)} - a_1 z = b_0 u, \quad t > 0, \quad z(0) = z_0,\ \dot{z}(0) = z_1,\ \ddot{z}(0) = z_2,\ z^{(3)}(0) = z_3.$$

(i) Überführen Sie die Differentialgleichung in die Zustandsdarstellung | 1 P

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= A\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}u, \quad && t > 0, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \\ y &= \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x}, && t \geq 0. \end{aligned}$$

(ii) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $\hat{g}(s) = \frac{\hat{z}(s)}{\hat{u}(s)}$. Können Sie aus der Lage der Polstellen von $\hat{g}(s)$ sämtliche Eigenwerte der Dynamikmatrix A ermitteln? Begründen Sie Ihre Antwort und bestimmen Sie die Eigenwerte explizit. | 1.5 P

(iii) Für eine Matrix der Form | 1.5 P

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

gilt, dass die Matrix $M - \lambda E$ für alle Eigenwerte λ von M nach elementaren Zeilenumformungen in die Struktur

$$M - \lambda E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \star \\ 0 & 1 & 0 & \star \\ 0 & 0 & 1 & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

überführt werden kann. Hierbei repräsentieren die Symbole $\star$ von null verschiedene und von λ abhängige Werte.

Im Weiteren gilt $a_1 = 1$. Analysieren Sie mittels des PBH-Rangtests die Steuerbarkeit des Systems. Nutzen Sie dazu die einleitenden Ausführungen zur Matrix M.

(iv) Verifizieren Sie Ihr Ergebnis aus Teil (iii) durch die Bestimmung und Analyse der Kalmanschen Steuerbarkeitsmatrix. | 0.5 P

c) Gegeben ist das System

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad t > 0, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0.$$

(i) Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren des Systems. | 1.5 P

(ii) Berechnen Sie die möglichen Zustandsrückführungen $\boldsymbol{k}^T = [k_1, k_2]^T$ so, dass die Eigenvektoren der Dynamikmatrix A_g des geschlossenen Regelkreises orthogonal zu einander stehen. | 1 P

Hinweis: Die Beziehung $A_g A_g^T = \gamma E$ mit $\gamma \in \mathbb{R}$, $\gamma \neq 0$ impliziert die Orthogonalität der Eigenvektoren.

(iii) Wird der geschlossene Regelkreis durch diese Zustandsrückführung(en) stabilisiert? Begründen Sie ihre Antwort durch Rechnung. | 1 P