Deckblatt zu einer Klausur am Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Modulprüfung	
Modulname	**Regelungstechnik 1**
Datum	**12.09.2017**
Prüfpersonen	
1. Prüfperson	**Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Meurer**
ggf. 2. Prüfperson	
Kandidat/in	
Matrikelnummer	
Name, Vorname	

Erklärung der/des Kandidatin/Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.

Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punkte										

Summe der Punkte: ____________ Note: ________________

Einsicht / Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Note einverstanden bin. Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ____________ Unterschrift: ______________________________

Regelungstechnik I (WS 16/17) **Klausur (12.09.2017)**

Prof. Dr.–Ing. habil. Thomas Meurer
Lehrstuhl für Regelungstechnik

Bitte beachten Sie:

a) Diese Klausur enthält 4 Aufgaben auf den Seiten 3-9.

b) Dauer der Klausur: 120 Minuten.

c) Erlaubte Hilfsmittel: **Bereitgestellte Formelsammlung und 1 Seite A4 einseitig handschriftlich beschrieben**. Elektronische Hilfsmittel, das Vorlesungsskript oder andere Literatur werden nicht zugelassen.

d) Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf alle Blätter, die Sie abgeben.

e) Legen Sie bitte Ihren Studierenden- und Ihren Personalausweis bereit.

f) Geben Sie dieses Deckblatt und die Klausuraufgaben mit Ihrer Klausur ab.

Aufgabe 1. Betrachtet wird der in Abbildung 1 dargestellte Fliehkraftregler. Die Arbeitsweise eines Fliehkraftreglers beruht darauf, dass durch Rotation der Drehachse zwei an Stangen befestigte Massen nach außen gedrückt werden. Die Auslenkung der Massen führt zur Verminderung (Vergrößerung) der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ der Drehachse, so dass sich eine Gleichgewichtsposition des Pendelwinkels und eine konstante Drehzahl einstellen.

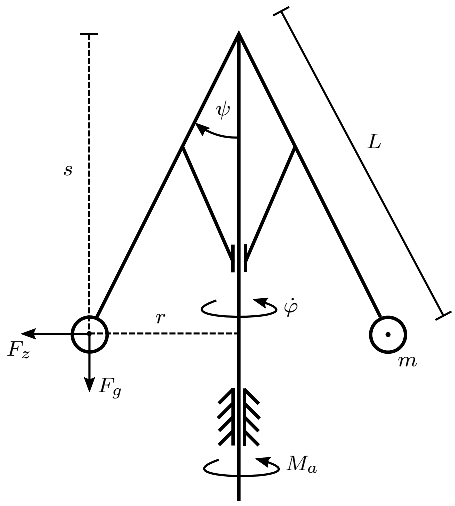


Abb. 1: Schematische Darstellung des betrachteten Fliehkraftreglers.

Der Fliehkraftregler besteht aus zwei Massen m, die als punktförmig angenommen werden. Diese sind an zwei gewichtslosen, starren Stangen der Länge L angebracht und mit zwei weiteren Stangen an einem Reiter befestigt (siehe Abbildung 1). Der Reiter ist masselos und gleitet reibungslos entlang der Drehachse.

Die Drehachse des Fliehkraftreglers wird durch ein externes Moment M_a beschleunigt. Das gesamte Drehmoment der Drehachse setzt sich zusammen aus dem externen Drehmoment M_a, dem Drehmoment verursacht durch die Lagerreibung $M_r = -d\dot{\varphi}$ sowie dem aufgrund des Trägheitsmomentes der Drehachse J_a und des Trägheitsmomentes der beiden Massen $J_{pp} = 2mr^2$ resultierenden Drehmoment.

Auf die beiden Massen wirken die Gravitationskraft sowie aufgrund der Rotation die Zentrifugalkraft $F_z = m\dot{\varphi}^2 r$. Die Summe aller Drehmomente ergibt sich aus den Drehmomenten verursacht durch die Gravitations- und Zentrifugalkraft sowie den beschleunigten Massen mit dem jeweiligen Trägheitsmoment $J_p = mL^2$ bezüglich der Rotationsachse der Pendel. Dabei müssen die Graviatationskraft F_g und die Zentrifugalkraft F_z durch Multiplikation mit den wirkenden Hebelarmen r und s in Drehmomente bezüglich der Rotationsachse umgerechnet werden.

Lösen Sie die folgenden, voneinander unabhängigen Teilaufgaben.

a) Die Systemzustände sind $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix}\psi\ \dot{\psi}\ \varphi\ \dot{\varphi}\end{bmatrix}^T$. Geben Sie die Eingangsgröße u an und wählen Sie eine aus ingenieurtechnischer Sicht sinnvolle Ausgangsgröße y. | 1 P

b) Bestimmen Sie das mathematische Modell des Systems in der Form | 4 P

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, u) \ ,$$
$$y = h(\boldsymbol{x}, u) \ .$$

Ermitteln Sie hierzu zunächst Ausdrücke für s und r in Abhängigkeit der Winkel ψ und φ und werten Sie dann jeweils den Drehimpulssatz zur Berechnung der Winkelbeschleunigungen $\ddot{\psi}$ und $\ddot{\varphi}$ aus.

Hinweis: Es gilt $\sin(\alpha)\cos(\alpha) = \frac{1}{2}\sin(2\alpha)$.

c) Gegeben ist das nichtlineare System

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(x_2) - x_1^2 \exp(\alpha x_2) \\ 3x_2^2 + \frac{u}{2} \end{bmatrix}, \quad y = \exp\left(\frac{x_2}{x_1}\right) + \frac{u}{8}, \quad \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^2.$$

(i) Bestimmen Sie die Ruhelage (für $u_R = 0$) des Systems. | 1 P

(ii) Linearisieren Sie das System um einen allgemeinen Arbeitspunkt $(\boldsymbol{x}_R, u_R)$ und stellen Sie es wie folgt dar: | 3 P

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\boldsymbol{x}} &= A\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}\Delta u \ , \\ \Delta y &= \boldsymbol{c}^T\Delta\boldsymbol{x} + d\Delta u \ . \end{aligned}$$

(iii) Charakterisieren Sie die Stabilität des um die Ruhelage(n) aus (i) linearisierten Systems. | 1 P

Aufgabe 2. Gegeben ist die Übertragungsfunktion der Regelstrecke

$$\hat{g}(s) = \frac{4s+4}{(s+0.1)(s^2+7s+12)} = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)}. \tag{1}$$

a) Bestimmen Sie die Polstellen der Übertragungsfunktion $\hat{g}(s)$. | 1 P

b) Ist das System eingangs-/ausgangsstabil stabil? In welchem Zusammenhang steht die Lage der Polstellen der Übertragungsfunktion in der komplexen Zahlenebene mit den Eigenschaften der entsprechenden Zustandsdarstellung? Begründen Sie Ihre Antwort. | 1 P

c) Erläutern Sie anhand der von Ihnen bestimmten Polstellen, ob das System schwingungsfähig ist. Charakterisieren Sie (ohne explizite Rechnung) das Einschwingverhalten von $y(t)$ für einen sprungförmigen Eingang $u(t)$? | 1.5 P

d) Zeichnen Sie das Bodediagramm der Übertragungsfunktion auf dem beigefügten Hilfsblatt ein. | 3 P

Hinweis: Es gilt $\log_{10}(\frac{10}{3}) \approx 0.5$.

e) Für die Regelstrecke (1) soll ein Kompensationsregler der Form

$$\hat{g}_r(s) = \frac{V_r \hat{n}_1(s)}{\hat{n}_r(s)}$$

mit

$$\hat{n}_r = s\,(1 + T_r s)$$

entworfen werden. An den geschlossenen Regelkreis werden folgende Anforderungen gestellt:

$$\begin{aligned} t_r &= 0.5\,\mathrm{s}\ , \\ \ddot{u} &= 10\,\%\ , \\ e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)} &= 0\ . \end{aligned}$$

Gehen Sie hierzu wie folgt vor:

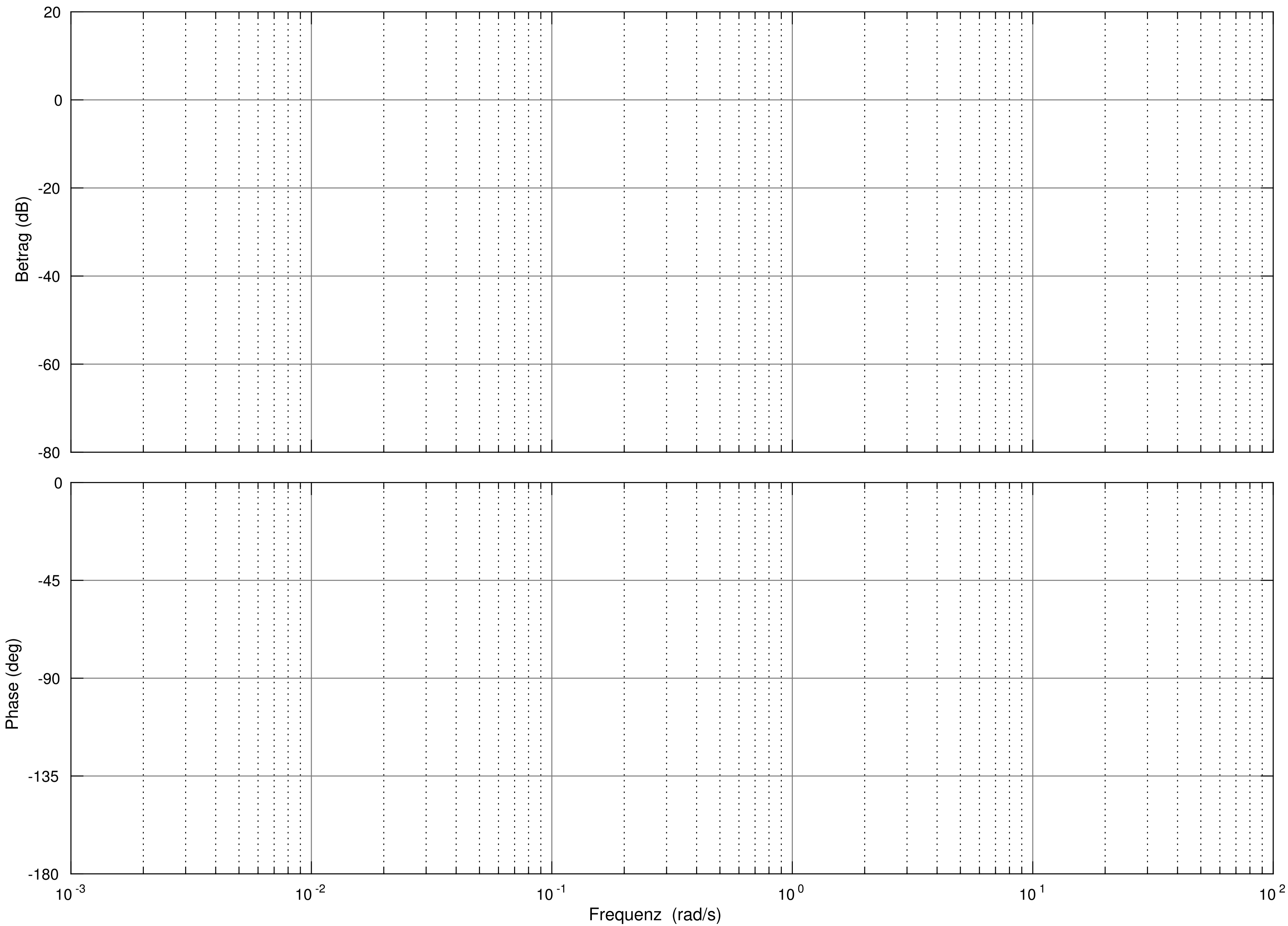
(i) Kompensieren Sie den langsamsten Lösungsanteil in der Sprungantwort der Übertragungsfunktion (1) durch die geeignete Wahl von $\hat{n}_1(s)$. | 0.5 P

(ii) Ermitteln Sie die charakteristischen Kenngrößen für den Reglerentwurf mittels des Frequenzkennlinienverfahrens. | 0.5 P

(iii) Berechnen Sie die Parameter der Reglerübertragungsfunktion $\hat{g}_r(s)$. Beschränken Sie sich beim Verstärkungsfaktor V_r auf die Herleitung der Bestimmungsgleichung. Eine explizite Auswertung dieses Ausdrucks ist nicht erforderlich. | 1.5 P

Hinweis: Es gelten die folgenden Beziehungen $\arg(-2-11\mathrm{i}) \approx -100°$, $\arg(1+3\mathrm{i}) \approx 72°$, $\arg(1+0.75\mathrm{i}) \approx 37°$ sowie $\tan(20°) \approx 0.364$.

(iv) Der von Ihnen entworfene Regler $\hat{g}_r(s)$ wird auf die Regelstrecke beschrieben durch $\hat{g}(s)$ angewandt. Hierbei soll $\hat{g}(s)$ Modellunbestimmtheiten in einer Form aufweisen, dass die Voraussetzungen zur Anwendung des Frequenzkennlinienverfahrens weiterhin erfüllt sind. Mit welchem Maß können Sie graphisch die Stabilität des geschlossenen Regelkreises prüfen? | 1 P



20
0
-20
-40
-60
-80
Betrag (dB)
0
-45
-90
-135
-180
Phase (deg)
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequenz (rad/s)

Aufgabe 3. Betrachtet wird ein lineares System der Form

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= A\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}u, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \\ y &= \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \end{aligned} \tag{2}$$

mit

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \\ -\alpha^2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

für $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Systems (2). Gibt es Werte von α, für die das System (2) asymptotisch stabil ist? | 1 P

In den folgenden Aufgabenteilen ist $\alpha = 1$.

b) Berechnen Sie die Beobachtbarkeitsmatrix $O(\boldsymbol{c}^T, A)$. Ist das System vollständig beobachtbar? | 1.5 P

c) Für das System (2) soll ein Zustandsbeobachter entworfen werden. Berechnen Sie den Beobachterkorrekturvektor so, dass die Eigenwerte der Beobachterfehlerdynamik bei $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = -3$ und $\lambda_3 = -4$ liegen. | 4 P

Hinweis: Eine Inversion der Beobachtbarkeitsmatrix $O(\boldsymbol{c}^T, A)$ ist nicht notwendig.

d) Illustrieren Sie graphisch die Kombination aus beobachterbasiertem Zustandsregler $u = -\boldsymbol{k}^T\hat{\boldsymbol{x}}$ und Zustandsbeobachter in einem Blockdiagramm. Welche Struktur besitzt die Dynamikmatrix des von Ihnen dargestellten geschlossenen Regelkreis? Es ist keine explizite Angabe der Matrix erforderlich. | 2.5 P

e) Geben Sie den nicht steuerbaren Unterraum des Systems (2) an. | 1 P

Aufgabe 4. Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

a) Gegeben ist die skalare Differentialgleichung

$$\dot{x} = \lambda x + u, \quad x(0) = x_0 \tag{3}$$

mit $\lambda \in \mathbb{R}$.

(i) Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an. | 0.5 P

(ii) Welchen Wert nimmt $x(t)$ für $t \to \infty$ an, wenn $\lambda = -2$, $x_0 = 1$ und $u = 3$ gegeben sind? | 0.5 P

(iii) Entwerfen Sie eine Regelung, welche für allgemeines $\lambda \in \mathbb{R}$ den stationären Endwert $x_R = 1$ stabilisiert. | 1.5 P

b) Die Übertragungsfunktion $\hat{g}(s)$ des Systems | 1 P

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= A\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}u, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \in \mathbb{R}^n \\ y &= \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x} \end{aligned}$$

sei proper mit einem Nennergrad von zwei. Wie groß ist die Dimension des sowohl steuerbaren als auch beobachtbaren Unterraums? Begründen Sie ihre Antwort.

c) Gegeben ist das lineare System

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0.$$

(i) Bestimmen Sie die Transitionsmatrix $\Phi(t)$. | 2 P

(ii) Überprüfen Sie mittels des PBH-Rangtests die vollständige Steuerbarkeit des Systems. Ermitteln Sie dazu explizit den Rang der resultierenden Matrizen z.B. durch elementare Matrizenoperationen. | 2 P

d) Abbildung 2 zeigt die Nyquist-Ortskurve der Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises $\hat{l}(s) = \hat{g}_r(s)\hat{g}(s)$. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben.

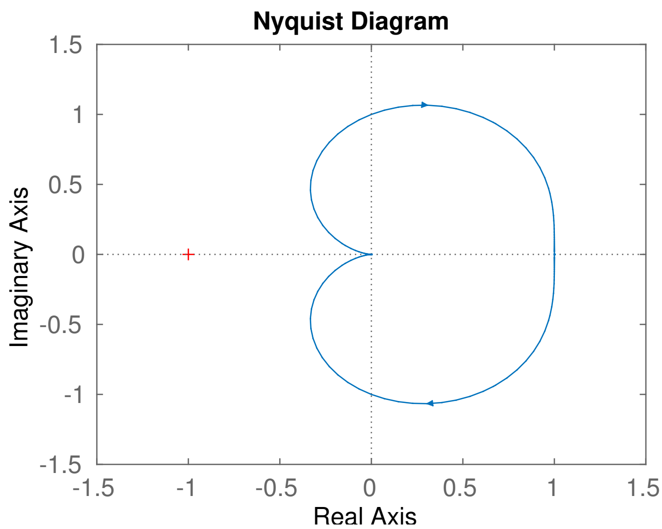


Abb. 2: Nyquist-Ortskurve $\hat{l}(\mathrm{i}\omega)$.

(i) Bestimmen Sie die stetige Winkeländerung der Übertragungsfunktion $1 + \hat{l}(s)$. | 0.5 P

(ii) Ermitteln Sie anhand von Abbildung 2 die Übertragungsfunktion $\hat{l}(s)$ aus der folgenden Auswahl und begründen Sie diese. | 1 P

$$\hat{l}_1(s) = \frac{1}{s}, \qquad \hat{l}_2(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}, \qquad \hat{l}_3(s) = \frac{1}{s^2 + 2s}.$$

(iii) Ist der geschlossene Regelkreis eingangs-ausgangs-stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. | 1 P