C A U	Christian-Albrechts-Universität zu Kiel	Technische Fakultät

Deckblatt zu einer Klausur am Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Modulprüfung	
Modulname	**Regelungstechnik 1**
Datum	**29.09.2016**
Prüfpersonen	
1. Prüfperson	**Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Meurer**
ggf. 2. Prüfperson	
Kandidat/in	
Matrikelnummer	
Name, Vorname	

Erklärung der/des Kandidatin/Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.

Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punkte										

Summe der Punkte: ____________ Note: ____________

Einsicht / Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Note einverstanden bin. Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ____________ Unterschrift: ______________________________

Regelungstechnik I (SS 16) **Klausur (29.09.2016)**

Prof. Dr.–Ing. habil. Thomas Meurer
Lehrstuhl für Regelungstechnik

Bitte beachten Sie:

a) Diese Klausur enthält 4 Aufgaben auf den Seiten 3-7.

b) Dauer der Klausur: 120 Minuten.

c) Erlaubte Hilfsmittel: **Bereitgestellte Formelsammlung und 1 Seite A4 einseitig handschriftlich beschrieben**. Elektronische Hilfsmittel, das Vorlesungsskript oder andere Literatur werden nicht zugelassen.

d) Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf alle Blätter, die Sie abgeben.

e) Legen Sie bitte Ihren Studierenden- und Ihren Personalausweis bereit.

f) Geben Sie dieses Deckblatt und die Klausuraufgaben mit Ihrer Klausur ab.

Aufgabe 1. Die folgenden Aufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

a) Betrachtet wird die in Abbildung 1 dargestellte Höhenrakete, die einen wissenschaftlichen Versuchsaufbau auf eine bestimmte Flughöhe $s(t)$ bringen soll. Die Rakete wird durch ihre Startmasse m_s beschrieben und ihr Schub wird durch den mittels eines Drosselventils regulierbaren Ausstoß von Treibgas (Massenfluss $\dot{q}(t)$) erzeugt. Durch den Ausstoß von Treibgas verringert sich das Gewicht der Rakete in Abhängigkeit des Massenflusses im betrachteten Zeitintervall $t \in (t_0, t_b)$ gemäß

$$m(t) = m_\mathrm{s} - \int_{t_0}^{t} \dot{q}(\tau)\mathrm{d}\tau,$$

wobei t_0 den Zeitpunkt des Raketenstarts und t_b den Zeitpunkt des Brennschlusses des Triebwerks darstellt. Die Schubkraft der Rakete ergibt sich zu

$$F_\mathrm{Schub}(t) = \dot{m}(t)v_\mathrm{rel}(t) \quad \text{mit} \quad v_\mathrm{rel}(t) = v_T - \dot{s}(t) + \alpha\dot{m}(t).$$

Die Relativgeschwindigkeit ergibt sich aus der Differenz zwischen der Fluggeschwindigkeit der Rakete $\dot{s}(t)$ und der Geschwindigkeit der ausgestoßenen Partikel v_T des Massenstroms sowie dem Anteil der Geschwindigkeitszunahme $\alpha\dot{m}(t)$ durch deren Rückstoß. Entgegen wirkt die Gravitationskraft $F_\mathrm{grav}(t) = m(t)g$ und die durch Luftwiderstand entstehende Reibkraft

$$F_\mathrm{W}(t) = \beta\rho(s(t))(\dot{s}(t))^2$$

mit höhenabhängiger Luftdichte $\rho(s(t))$.

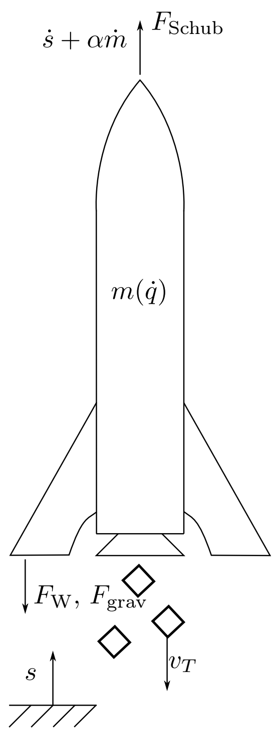

Abb. 1: Schematische Darstellung der betrachteten Höhenrakete.

(i) Die Systemzustände sind $\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} q(t) & s(t) & \dot{s}(t) \end{bmatrix}^T$. Begründen Sie diese Wahl und geben Sie die Stellgröße $u(t)$ und den Ausgang $y(t)$ des Systems an. | 1.5 P

(ii) Bestimmen Sie das mathematische Modell des Systems in der Form | 2.5 P

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, u) \ , \\ y &= h(\boldsymbol{x}, u) \ . \end{aligned}$$

b) Gegeben ist das nichtlineare, physikalisch motivierte System

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2x_1^2 + e^{-x_2})x_3^2 + u \\ \cos(x_2) - x_1/x_3 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad y = \sin(x_2^2)x_1 + \frac{1}{2}u, \quad \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3.$$

(i) Bestimmen Sie die Arbeitspunkte $\boldsymbol{x}_R$ des Systems für $u_\mathrm{R} = x_{3,R}^6 - x_{3,R}^2$. Charakterisieren Sie die physikalisch sinnvollen Arbeitspunkte und begründen Sie ihre Wahl. | 3 P

(ii) Linearisieren Sie das System um einen allgemeinen Arbeitspunkt $(\boldsymbol{x}_R, u_R)$ und stellen Sie es wie folgt dar: | 3 P

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\boldsymbol{x}} &= A\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}\Delta u \ , \\ \Delta y &= \boldsymbol{c}^T\Delta\boldsymbol{x} + d\Delta u \ . \end{aligned}$$

Aufgabe 2. Gegeben ist die Übertragungsfunktion der Regelstrecke

$$\hat{g}(s) = \frac{120}{(\frac{1}{2}s + 6)(s^2 + 2s + 2)}$$

a) Bestimmen Sie die Polstellen der Übertragungsfunktion $\hat{g}(s)$. Ist das System asymptotisch stabil? | 1 P

b) Bestimmen Sie die Amplitudenerhöhung (in dB) des PT_2-Anteils der Übertragungsfunktion $\hat{g}(s)$ in dessen Knickfrequenz. Hinweis: $|2|_{\mathrm{dB}} \approx 6$ | 1 P

c) Zeichnen Sie den Amplituden- und Phasengang von $\hat{g}(s)$ in das beigefügte Bode-Diagramm ein. | 3 P

d) Markieren Sie im Bode-Diagramm die Durchtrittsfrequenz sowie die Phasenreserve der Strecke $\hat{g}(s)$. Geben Sie approximativ numerische Werte an. | 0.5 P

e) Für die Strecke $\hat{g}(s)$ soll zunächst ein Regler ohne Pol-Nullstellenkürzung entworfen werden, so dass der geschlossene Regelkreis folgende Spezifikationen erfüllt:

- Anstiegszeit $t_r = 0.75\,\mathrm{s}$,
- $\ddot{u} = 20\,\%$ und
- bleibende Regelabweichung der Sprungantwort $e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)} = 0$.

Bestimmen Sie hierzu

(i) die notwendige Phasenreserve ϕ und die erforderliche Durchtrittsfrequenz ω_c und | 0.5 P

(ii) entwerfen Sie mittels des Frequenzkennlinienverfahrens einen Regler $\hat{g}_r(s)$, so dass die genannten Spezifikationen eingehalten werden. | 2.5 P

Hinweis: Es genügt, wo nicht weiter auswertbar, funktionale Zusammenhänge für die Reglerparameter anzugeben. Es gelten folgende Näherungen: $\arg(1 + \frac{1}{6}\mathrm{i}) \approx 9.5°,\ \arg(-1 + 2\mathrm{i}) \approx 116.5°$.

f) Für die Strecke $\hat{g}(s)$ soll ein zweiter Regler entworfen werden, der die Anforderungen $t_r = 0.75\,\mathrm{s}$, $\ddot{u} = 0\,\%$ und $e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)} = 0$ erfüllt. Geben Sie eine geeignete Reglerübertragungsfunktion an und begründen Sie Ihre Wahl. Eine Bestimmung der Reglerparameter ist *nicht* erforderlich. | 1 P

g) Abbildung 2 zeigt die Nyquist-Ortskurve der Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises $\hat{l}(s) = \hat{g}_r(s)\hat{g}(s)$. Ist der zugehörige geschlossene Regelkreis mit einem Freiheitsgrad eingangs-ausgangsstabil? Begründen Sie ihre Antwort. | 0.5 P

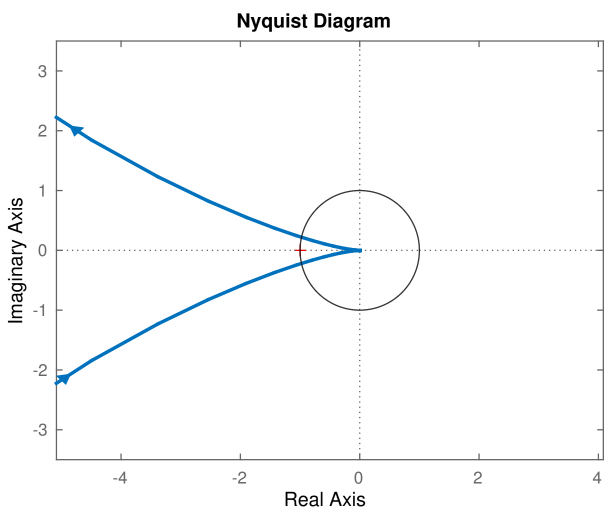

Abb. 2: Nyquist-Ortskurve des offenen Regelkreises $\hat{l}(s) = \hat{g}_r(s)\hat{g}(s)$ aus Aufgabenteil g).

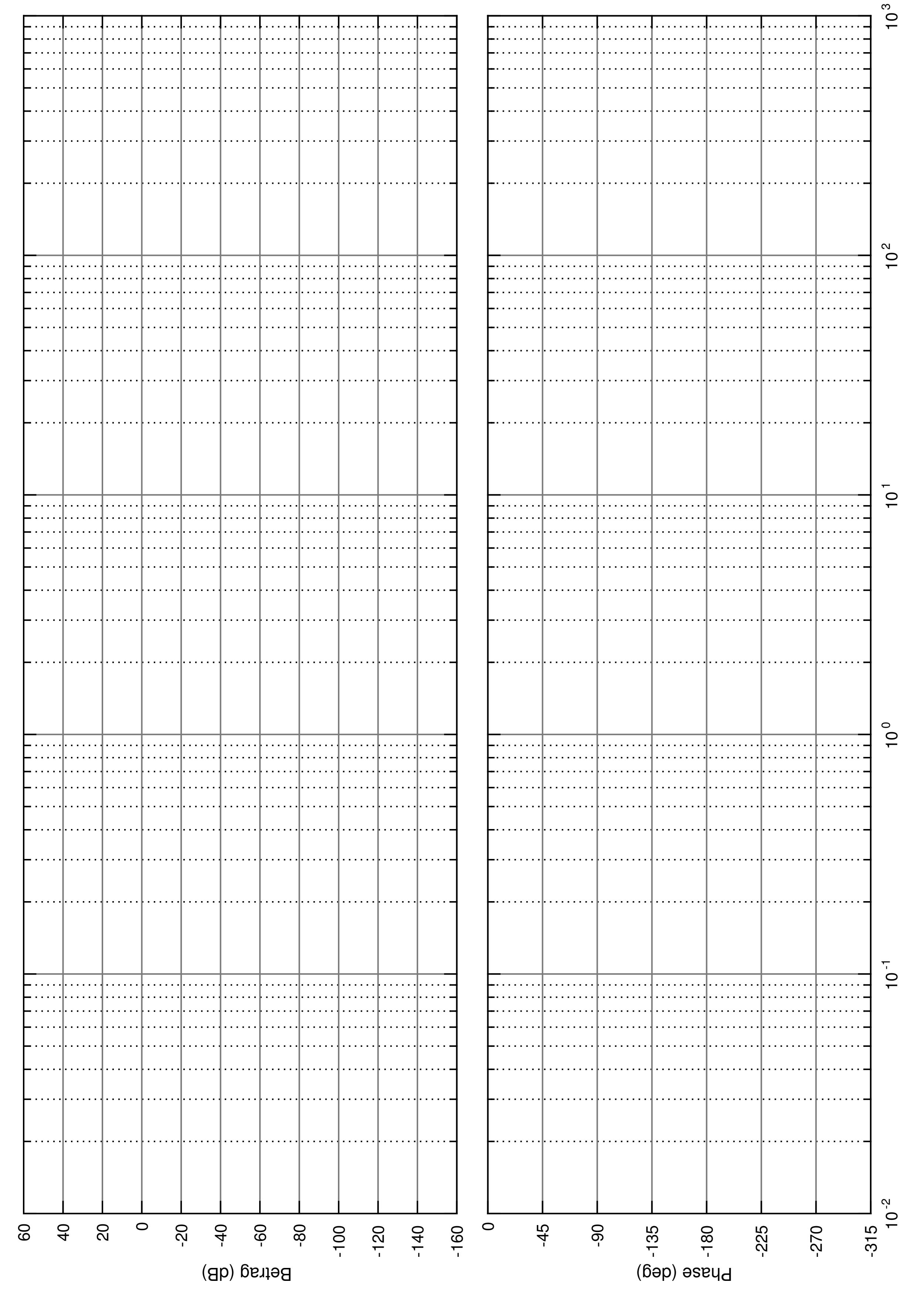

Abb. 3: Bode-Diagramm zu Aufgabe 2.

Aufgabe 3. Betrachtet wird ein lineares System der Form

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= A\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}u, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \\ y &= \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \end{aligned} \tag{1}$$

mit

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -\alpha^2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

für $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Systems (1). Gibt es einen Wert α für den das System asymptotisch stabil ist? | 1.5 P

In den folgenden Aufgabenteilen ist $\alpha = 1$.

b) Berechnen Sie die Steuerbarkeitsmatrix $S(A, \boldsymbol{b})$ und treffen Sie eine Aussage über die Steuerbarkeit. Charakterisieren Sie ggf. nicht steuerbare Teilsysteme. | 2 P

c) Für das System (1) soll ein Zustandsregler $u = -\boldsymbol{k}^T\boldsymbol{x}$ entworfen werden. Geben Sie die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises an und bestimmen Sie den Rückführvektor $\boldsymbol{k}^T$ so, dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -2$ und $\lambda_3 = -3$ liegen. | 4 P

d) Zum Entwurf eines PI-Zustandsreglers wird das System (1) in geeigneter Weise um einen Integrator erweitert.

   (i) Wann ist die Nutzung eines PI-Zustandsreglers angebracht? Begründen Sie Ihre Antwort. | 0.5 P

   (ii) Geben Sie das resultierende Stellgesetz sowie das erweiterte System an. Wie ändert sich die Bestimmung des Rückführvektors $\boldsymbol{k}^T$ im Vergleich zu Aufgabenteil c)? | 2 P

   Hinweis: Es sind keine expliziten Berechnungen notwendig.

Aufgabe 4. Die folgenden Aufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

a) Für das System

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -2 & a \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}, \qquad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0$$

ist die Lösungstrajektorie $\boldsymbol{x}(t)$ anzugeben. Gehen Sie hierzu wie folgt vor:

(i) Bestimmen Sie die Eigenvektoren $\boldsymbol{v}_i$ und die Matrix V der Ähnlichkeitstransformation $\boldsymbol{x}(t) = V\boldsymbol{z}(t)$ in die Jordansche Normalform. | 1 P

(ii) Geben Sie die transformierte Dynamikmatrix $\tilde{A}$ und die transformierte Transitionsmatrix $\tilde{\Phi}(t)$ an. | 0.5 P

(iii) Bestimmen Sie die Lösungstrajektorie des transformierten Systems in $\boldsymbol{z}(t)$. | 0.5 P

(iv) Berechnen Sie die Lösungstrajektorie des Originalsystems in $\boldsymbol{x}(t)$. | 1 P

b) Diese Teilaufgabe behandelt das Thema Linearität und Zeitinvarianz.

(i) Gegeben ist das System

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= 3x(t) + u(t) \quad x(0) = x_0 \\ y(t) &= x(t) - 6. \end{aligned}$$

- Erfüllt das System das Superpositionsprinzip bezüglich der Anfangswerte (Nulleingangslinearität)? | 1 P
- Ist das System linear? Begründen Sie ihre Antwort. | 0.5 P

(ii) Ein Totzeitglied kann in der Form | 1 P

$$\begin{aligned} x(t) &= u(t-\tau), \quad x(t_0) = x_0,\ t_0 \geq 0 \text{ und } \tau > 0 \\ y(t) &= x(t) \end{aligned}$$

angegeben werden. Ist das gegebene Totzeitglied zeitinvariant? Begründen Sie ihre Antwort, indem Sie zeigen, dass die Eigenschaft der Zeitinvarianz entweder erfüllt oder verletzt wird.

c) Die Modellierung einer Parallelschaltung bestehend aus einem elektrischen Widerstand, einer Induktivität und einer Kapazität (RLC-Parallelschwingkreis) führt auf die Modellgleichung

$$i_e = i_R + i_L + i_C = \frac{u}{R} + \frac{1}{L}\int u \mathrm{d}t + C\dot{u}.$$

Hierbei sind L die Induktivität, C die Kapazität und R der Widerstand. Der Strom $i_e(t)$ ist die Eingangsgröße bzw. stellt den Gesamtstrom dar.

(i) Geben Sie die Übertragungsfunktion $\hat{g}(s) = \hat{i}_R(s)/\hat{i}_e(s)$ an, wobei die Anfangswerte $i_L(0) = i_e(0) = u(0) = \dot{u}(0) = 0$ angenommen werden können und ermitteln Sie eine Zustandsdarstellung des Systems. | 2.5 P

(ii) Berechnen Sie die stationär anliegende Spannung $u_\infty = \lim_{t\to\infty} u(t)$ mit Hilfe des Endwertsatzes der Laplace-Transformation, wenn der Eingangsstrom $i_e(t) = i_{e,\max}(1 - e^{-t/(RC)})\sigma(t)$ eingeprägt wird. | 1 P

(iii) Ist das gegebene System mit einem Voltmeter vollständig beobachtbar? Begründen Sie ihre Antwort mit Hilfe eines geeignetes Kriteriums. | 1 P