C	A	U	Christian-Albrechts-Universität zu Kiel	Technische Fakultät

Deckblatt zu einer Klausur am Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Modulprüfung	
Modulname	**Regelungstechnik 1**
Datum	**24.03.2016**
Prüfpersonen	
1. Prüfperson	**Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Meurer**
ggf. 2. Prüfperson	
Kandidat/in	
Matrikelnummer	
Name, Vorname	

Erklärung der/des Kandidatin/Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.

Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punkte										

Summe der Punkte: ____________ Note: ____________

Einsicht / Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Note einverstanden bin. Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ____________ Unterschrift: ______________________________

Regelungstechnik I (WS 15/16) **Klausur (24.03.2016)**

Prof. Dr.–Ing. habil. Thomas Meurer
Lehrstuhl für Regelungstechnik

Bitte beachten Sie:

a) Diese Klausur enthält 4 Aufgaben auf den Seiten 3-7.

b) Dauer der Klausur: 120 Minuten.

c) Erlaubte Hilfsmittel: **Bereitgestellte Formelsammlung und 1 Seite A4 einseitig handschriftlich beschrieben**. Elektronische Hilfsmittel, das Vorlesungsskript oder andere Literatur werden nicht zugelassen.

d) Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf alle Blätter, die Sie abgeben.

e) Legen Sie bitte Ihren Studierenden- und Ihren Personalausweis bereit.

f) Geben Sie dieses Deckblatt und die Klausuraufgaben mit Ihrer Klausur ab.

Aufgabe 1. Betrachtet wird das in Abbildung 1 dargestellte Ersatzschaltbild eines Hochpasses in π-Schaltung. Die Schaltung besteht aus zwei Induktivitäten $L_1(i_{L_1}(t))$ und L_2, einem Kondensator C sowie den Widerständen R_1 und R_2.

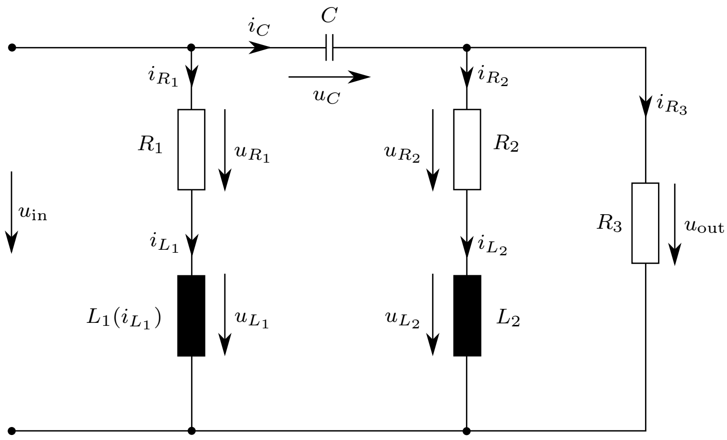

Abb. 1: Ersatzschaltbild des Hochpasses.

Die Spannung $u_{\mathrm{in}}(t)$ dient dem System als Eingang und die Spannung $u_{\mathrm{out}}(t)$ stellt den Systemausgang dar. Verwenden Sie zunächst die nichtlineare Induktivität $L_1(i_{L_1}(t))$ als allgemeine Funktion von $i_{L_1}(t)$.

a) Geben Sie die Zustände $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3$ des Systems an. | 0.5 P

b) Bestimmen Sie das mathematische Modell des Systems in der Form | 4.5 P

$$
\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, u) \\
y &= h(\boldsymbol{x}, u).
\end{aligned}
$$

c) Bestimmen Sie den Arbeitspunkt des Systems bei einer konstanten Anregung $u_{\mathrm{in}} = \overline{u}$. | 1.5 P

d) Im Weiteren gilt für die nichtlineare Induktivität $L_1(i_{L_1}(t))$ | 3.5 P

$$
L_1(i_{L_1}(t)) = L_0 \exp\left(-\frac{i_{L_1}(t)}{i_0}\right),
$$

wobei L_0 und i_0 Konstanten darstellen. Linearisieren Sie das nichtlineare System aus b) um einen allgemeinen Arbeitspunkt $(\boldsymbol{x}_R, \overline{u})$ und stellen Sie es wie folgt dar:

$$
\begin{aligned}
\Delta\dot{\boldsymbol{x}} &= A\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}\Delta u \\
\Delta y &= \boldsymbol{c}^T\Delta\boldsymbol{x} + d\Delta u.
\end{aligned}
$$

Sollten Sie keine Lösung für Aufgabenteil 1.b) gefunden haben, dann arbeiten Sie in Aufgabenteil 1.d) mit folgendem System weiter:

$$
\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} \alpha(x_2 - x_3) \\ \beta\frac{1}{k(1+x_2^{-1})} + ru \\ \gamma(x_1 + u) \end{bmatrix}
$$

$$
y = x_1 x_3.
$$

Aufgabe 2. Gegeben ist die Übertragungsfunktion der Regelstrecke

$$\hat{g}(s) = \frac{0.4}{(0.1s+1)(s^2+2s+4)} \tag{1}$$

a) Bestimmen Sie die Polstellen der Übertragungsfunktion $\hat{g}(s)$. Ist das System asymptotisch stabil? | 1 P

b) Bestimmen Sie die stationäre Verstärkung der Strecke. | 0.5 P

c) Zeichnen Sie den zugehörigen Amplituden- und Phasengang in das beigefügte Bode-Diagramm ein. | 3 P

d) Für die Strecke (1) soll ein Regler entworfen werden, so dass der geschlossene Regelkreis folgende Spezifikationen erfüllt:

- Anstiegszeit $t_r = 1.5s$,
- kein Überschwingen und
- bleibende Regelabweichung der Sprungantwort $e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)} = 0$.

Bestimmen Sie hierzu

(i) die notwendige Phasenreserve ϕ und die erforderliche Durchtrittsfrequenz ω_c und | 0.5 P

(ii) entwerfen Sie mittels des Frequenzkennlinienverfahrens einen Regler $\hat{g}_r(s)$, so dass die genannten Spezifikationen eingehalten werden. | 3 P

Hinweis: Es genügt, wo nicht weiter auswertbar, funktionale Zusammenhänge für die Reglerparameter anzugeben. Explizite Zahlenwerte sind nicht gefragt.

e) Zeichnen Sie den Amplituden- und Phasengang der Übertragungsfunktion $\hat{l}(s)$ des offenen Regelkreises in das beigefügte Bode-Diagramm ein. Machen Sie hierbei von den Näherungen $T_r = \tan(\pi/9 - \arctan(0.1)) \approx 0.25$ und $\sqrt{1.01}\sqrt{1+(T_r)^2} \approx 1$ Gebrauch. | 1 P

f) Markieren Sie die Phasenreserve und die Durchtrittsfrequenz und zeigen Sie, dass die von Ihnen bestimmten Werte eingehalten werden. | 0.5 P

g) Ist der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. | 0.5 P

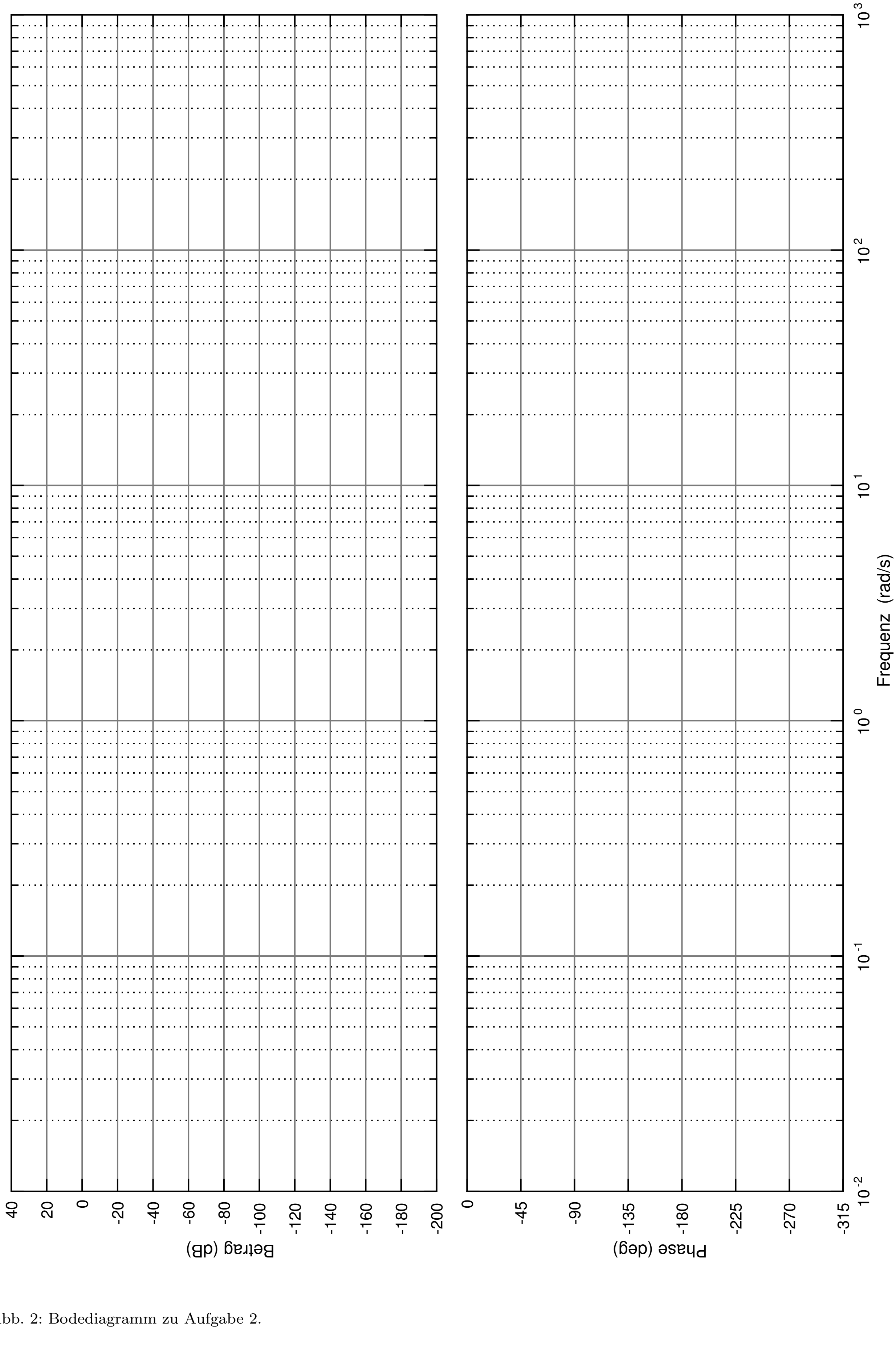

Abb. 2: Bodediagramm zu Aufgabe 2.

Aufgabe 3. Betrachten Sie folgendes System

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} \end{aligned} \tag{2}$$

a) Untersuchen Sie das System (2) auf Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit mittels des PBH-Rangtests. Identifizieren Sie hierbei die steuerbaren und beobachtbaren Unterräume. | 3 P

b) Welchen Grad hat das Nennerpolynom der Übertragungsfunktion des Systems? Ist diese strikt proper? Begründen Sie ihre Antwort. | 1 P

c) Ist es möglich eine Zustandsrückführung zu entwerfen, so dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -5$ liegen? Begründen Sie ihre Antwort mit einer Rechnung ohne Nutzung der Formel von Ackermann. | 2 P

Folgende Punkte sind unabhängig von a)-c) lösbar. Gegeben ist das System

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \begin{bmatrix} -d & \omega_0 \\ -\omega_0 & -d \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}. \end{aligned} \tag{3}$$

d) Die Hankel-Matrix des Systems lautet | 1 P

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} 1 & -d \\ -d & d^2 - \omega_0^2 \end{bmatrix}$$

Ist das System vollständig steuerbar und beobachtbar? Begründen Sie ihre Antwort.

e) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Systems. | 1 P

f) Handelt es sich (gemäß Ihrer vorangegangenen Analyse) bei der Darstellung (3) um eine Minimalrealisierung der Übertragungsfunktion aus Aufgabenteil e)? | 0.5 P

g) Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Nyquist-Ortskurve für das System mit $d = 3$ und $\omega_0 = 1$. Machen Sie hierbei von der Näherung $\sqrt{10} \approx 3$ Gebrauch. | 1.5 P

Aufgabe 4. Die folgenden Aufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

a) Für das System

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{3}{4} \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \qquad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \\ y &= x_1 + 3x_2 + u \end{aligned} \tag{4}$$

ist ein Luenberger-Beobachter zu entwerfen. Gehen Sie hierzu wie folgt vor:

(i) Geben Sie die Gleichungen des Luenberger-Beobachters für das System (4) an und ermitteln Sie die Beobachterfehlerdynamik. | 1 P

(ii) Bestimmen Sie den Korrekturvektor $\boldsymbol{l}$ mit Hilfe der Formel von Ackermann, wenn die Beobachterfehlerdynamik die Eigenwerte $\lambda_1^* = \lambda_2^* = -5$ aufweisen soll. | 3 P

Hinweis: Es ist nicht notwendig die einzelnen numerischen Terme in der finalen Gleichung für $\boldsymbol{l}$ zusammenzufassen.

b) Gegeben ist die Impulsantwort eines linearen zeitinvarianten Systems mit

$$g(t) = e^{\alpha t} - te^{-\beta t} + \gamma \cos(\omega t).$$

(i) Charakterisieren Sie die Eingangs-Ausgangs-Stabilität des Systems für die beiden Fälle | 1 P

- $\gamma \neq 0$
- $\gamma = 0$

in Abhängigkeit von α und β. Begründen Sie ihre Antwort.

(ii) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Eingangs-Ausgangs-Stabilität und der asymptotischen Stabilität eines Systems? | 0.5 P

c) Die Modellierung eines Reihenschwingkreises führt auf die Differentialgleichung

$$u_e = u_c + RC\dot{u}_c + LC\ddot{u}_c.$$

Für die Stromstärke gilt $i = i_c = C\dot{u}_c$. Hierbei sind L die Induktivität, C die Kapazität und R der Widerstand. Die Spannung u_e ist die Eingangsspannung und die Spannung u_c liegt an der Kapazität an.

(i) Geben Sie die Übertragungsfunktion $\hat{g}(s) = \hat{i}(s)/\hat{u}_e(s)$ an und ermitteln Sie eine Zustandsdarstellung des Systems. | 2 P

(ii) Für welchen Wertebereiche von R ist das System asymptotisch stabil? | 1 P

(iii) Diskutieren Sie die vollständige Steuerbarkeit des Systems in Abhängigkeit von $R \geq 0$. | 1 P

(iv) Ist das gegebene System mit einem Amperemeter vollständig beobachtbar? | 0.5 P