Regelungstechnik I (WS 13/14) **Klausur (10.10.2014)**

Prof. Dr.–Ing. habil. Thomas Meurer

Lehrstuhl für Regelungstechnik

Name: ______________________ Matrikelnummer: ______________

Bitte beachten Sie:

a) Diese Klausur enthält 4 Aufgaben auf den Seiten 2-6.

b) Dauer der Klausur: 120 Minuten.

c) Erlaubte Hilfsmittel: Bereitgestellte Formelsammlung und 1 Seite A4 einseitig handschriftlich beschrieben. Elektronische Hilfsmittel, das Vorlesungsskript oder andere Literatur werden nicht zugelassen.
Handys dürfen in die Klausur nicht mitgenommen werden.

d) Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf alle Blätter, die Sie abgeben.

e) Legen Sie bitte Ihren Studierenden- und Ihren Personalausweis bereit.

f) Geben Sie dieses Deckblatt und die Klausuraufgaben mit Ihrer Klausur ab.

	max. Punktzahl	erreichte Punktzahl
Aufgabe 1	10	
Aufgabe 2	10	
Aufgabe 3	10	
Aufgabe 4	10	
$\sum$	40	

Note: ______________

Prof. Dr.–Ing. habil. Thomas Meurer

Aufgabe 1. Betrachtet wird das in Abbildung 1 dargestellte Ersatzschaltbild einer LC-Bandsperre 2. Ordnung. Die Schaltung besteht aus zwei Induktivitäten L_1 und L_2, zwei Kondensatoren C_1 und C_2 sowie einem Ausgangswiderstand R.

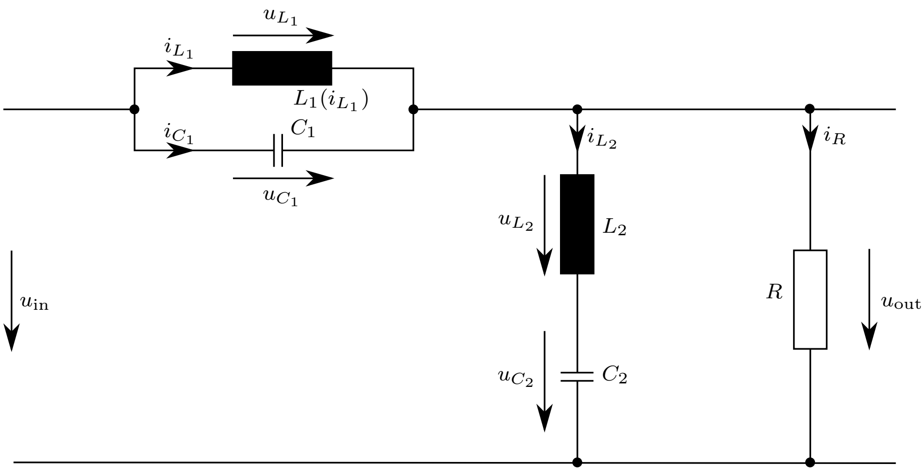

Abb. 1: Ersatzschaltbild der Bandsperre.

Für die nichtlineare Induktivität L_1 gilt vereinfachend

$$L_1(i_{L_1}) = L_0 \left(\frac{i_{L_1}}{i_0} \right)^2 ,$$

wobei L_0 und i_0 Konstanten darstellen. Die Spannung u_{in} dient dem System als Eingang und die Spannung u_{out} stellt den Systemausgang dar.

a) Geben Sie die Zustände $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^4$ des Systems an. | 0.5 P

b) Bestimmen Sie das mathematische Modell des Systems in der Form | 5.5 P

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, u) \ , \\ y &= h(\boldsymbol{x}, u) \ . \end{aligned}$$

c) Bestimmen Sie die Ruhelage des Systems bei einer konstanten Anregung $u = \overline{u}$. | 1 P

d) Linearisieren Sie das System um einen allgemeinen Arbeitspunkt $(\boldsymbol{x}_R, \overline{u})$ und stellen Sie es wie folgt dar: | 3 P

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\boldsymbol{x}} &= A\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}\Delta u \ , \\ \Delta y &= \boldsymbol{c}^T\Delta\boldsymbol{x} + d\Delta u \ . \end{aligned}$$

Aufgabe 2. Gegeben ist die Übertragungsfunktion der Regelstrecke

$$\hat{g}(s) = \frac{0.5 - s}{s^2 + 2s + 2}.$$

Es soll ein Regler durch Polvorgabe ausgelegt werden, so dass die Pole des geschlossenen Regelkreises bei -1 und $-2 \pm \mathrm{i}$ liegen.

a) Bestimmen Sie die Koeffizienten des gewünschten Nennerpolynoms und geben Sie die Resultante an. | 1 P

b) Zeigen Sie, dass der Regler folgende Struktur aufweist: | 3,5 P

$$\hat{g}_r(s) = -\frac{2s + 18}{13s + 37}.$$

c) Sorgt der Regler für eine verschwindende, stationäre Regelabweichung für das Referenzsignal $r(t) = \sigma(t)$? Begründen Sie Ihre Antwort. | 0,5 P

Der Strecke $\hat{g}(s)$ wird nun die Übertragungsfunktion

$$\hat{h}(s) = \frac{s + 0.5}{s}$$

vorgeschaltet.

d) Auf dem Beiblatt ist das Bode-Diagramm der Übertragungsfunktion $\hat{g}(s)$ gegeben. Konstruieren Sie hieraus das Bode-Diagramm der Übertragungsfunktion $\hat{l}(s) = \hat{g}(s)\hat{h}(s)$. | 3,5 P

Hinweis: Es gilt $20 \log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) \approx -6$.

e) Ist der entsprechend Abb. 2 geschlossene Regelkreis stabil? Begründen Sie Ihre Antwort anhand des in d) konstruierten Bode-Diagramms. | 1,5 P

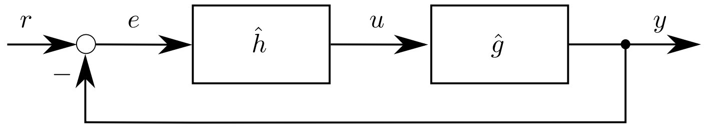

Abb. 2: Geschlossener Regelkreis.

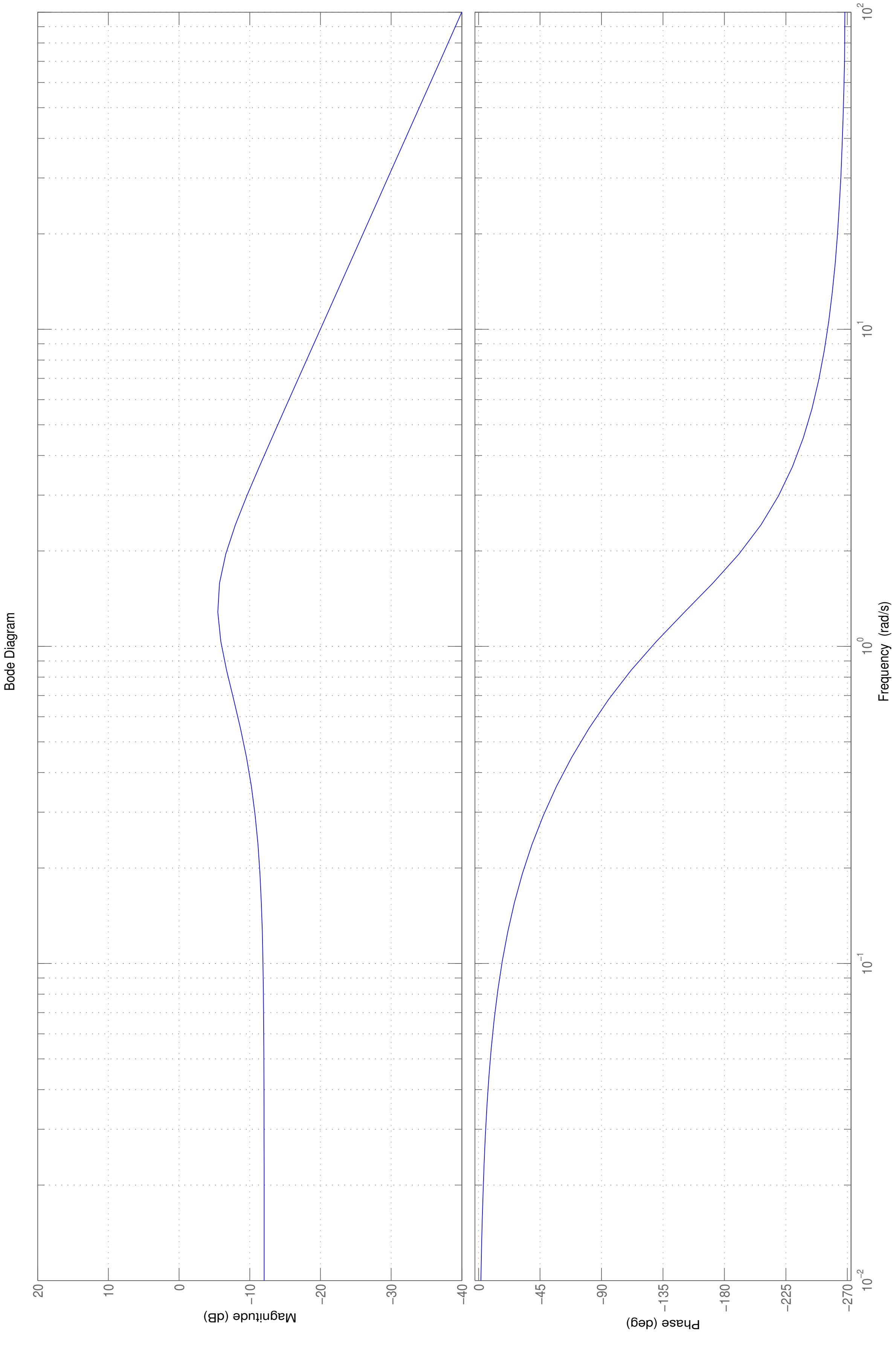

Abb. 3: Bode-Diagramm zu Aufgabe 2.d)

Aufgabe 3. Gegeben ist folgendes System in Zustandsdarstellung

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}} &= A\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}u, \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \\ y &= \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}\end{aligned} \tag{1}$$

mit

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

a) Geben Sie das charakteristische Polynom der Matrix A an und bestimmen Sie die Eigenwerte von A. Ist das System asymptotisch stabil? | 1 P

b) Berechnen Sie die zugehörige Steuerbarkeitsmatrix $S(A, \boldsymbol{b})$. Ist das System vollständig steuerbar? | 2 P

c) Geben Sie die Dynamikmatrix und den Eingangsvektor des Systems in Regelungsnormalform an. | 2 P

d) Entwerfen Sie eine Zustandsrückführung in den Zuständen der Regelungsnormalform, so dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei $\lambda_j = -3$, $j = 1, 2$ liegen. | 2 P

e) Für das System wurde ein Luenberger Beobachter | 2 P

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = A\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{b}u - \boldsymbol{l}(\boldsymbol{c}^T\hat{\boldsymbol{x}} - y), \quad \hat{\boldsymbol{x}}(0) = \hat{\boldsymbol{x}}_0$$

mit Korrekturvektor

$$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} 23 \\ -75 \end{bmatrix}$$

entworfen. Ist die zugehörige Beobachterfehlerdynamik asymptotisch stabil? Begründen Sie ihre Antwort.

f) Geben Sie die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bestehend aus Strecke, Beobachter und Regler an. | 1 P

Aufgabe 4. Die folgenden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Zeigen Sie, dass die Eigenschaft der Steuerbarkeit invariant ist gegenüber einer regulären Zustandstransformation $\boldsymbol{x}(t) = V\boldsymbol{z}(t)$. | 2 P

b) Unter welcher Voraussetzung an die dynamischen Systemeigenschaften existiert der eingeschwungene Zustand? Gegeben sind die beiden Übertragungsfunktionen | 3 P

$$\hat{g}_1(s) = -\frac{\sqrt{3}}{s+2}, \quad \hat{g}_2(s) = \frac{1}{s-1}.$$

Bestimmen Sie jeweils, falls existent, die Lösung im eingeschwungenen Zustand zur Eingangsfunktion

$$u(t) = \sin(\omega_0 t) + te^{-t}, \quad \omega_0 = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

c) Für ein autonomes lineares System mit $\dim \boldsymbol{x} = 2$ wurden für verschiedene Anfangsbedingungen $\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0$ die folgenden Ausgangssignale ermittelt

$$y(t) = \begin{cases} e^{-t}\sin(2t), & \text{für } \boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}^T \\ 2e^{-t}\cos(2t), & \text{für } \boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}^T. \end{cases}$$

Ermitteln Sie hieraus

(i) den Ausgangsvektor $\boldsymbol{c}^T$ und | 3 P

(ii) die Dynamikmatrix A. | 2 P

Hinweis: Die Aufgabe ist sowohl im Frequenz- als auch im Zeitbereich lösbar. Beachten Sie zudem, dass das Ausgangssignal unter einer regulären Zustandstransformation unverändert bleibt, d.h. machen Sie davon Gebrauch, dass das System in einer geeigneten Normalform vorliegt.