**Regelungstechnik I (WS 12/13)** **Klausur (05.03.2013)**

**Prof. Dr.–Ing. habil. Thomas Meurer**

**Lehrstuhl für Regelungstechnik**

Name: ______________________________ Matrikelnummer: ____________________

**Bitte beachten Sie:**

a) Diese Klausur enthält 4 Aufgaben auf den Seiten 2-7.

b) Dauer der Klausur: 120 Minuten.

c) Erlaubte Hilfsmittel: Eine handschriftliche Formelsammlung mit 14 Seiten A4 (einfach beschrieben) bzw. 7 Seiten A4 (doppelseitig beschrieben). Elektronische Hilfsmittel, das Vorlesungsskript oder andere Literatur werden nicht zugelassen.
**Handys dürfen in die Klausur nicht mitgenommen werden.**

d) Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf alle Blätter, die Sie abgeben.

e) Legen Sie bitte Ihren Studierenden- und Ihren Personalausweis bereit.

f) Geben Sie dieses Deckblatt und die Klausuraufgaben mit Ihrer Klausur ab.

| | max. Punktzahl | erreichte Punktzahl |
|---|---|---|
| Aufgabe 1 | 10 | |
| Aufgabe 2 | 10 | |
| Aufgabe 3 | 10 | |
| Aufgabe 4 | 10 | |
| $\sum$ | 40 | |

Note: __________________

______________________________
Prof. Dr.–Ing. habil. Thomas Meurer

**Aufgabe 1.** Abbildung 1 zeigt ein RLC-Netzwerk bestehend aus zwei Widerständen $R$, den Kondensatoren $C_1$ und $C_2$ sowie einer nichtlinearen Induktivität $L(i_L)$.

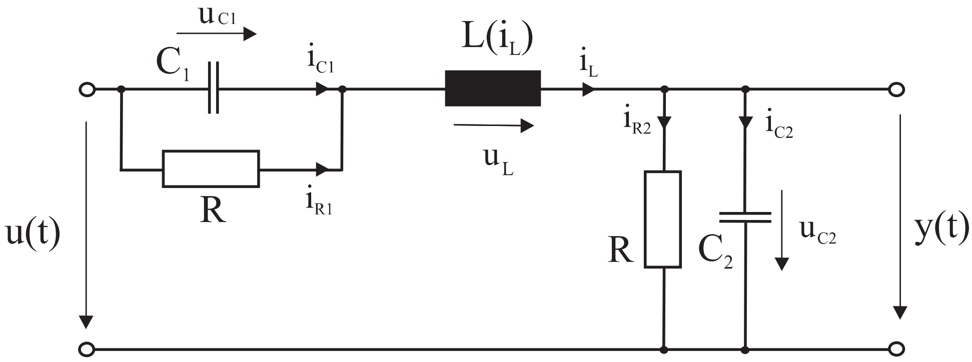


Abb. 1: RLC-Netzwerk

Für die nichtlineare Induktivität gilt

$$L(i_L) = L_0 + (i_L)^2 L_1$$

mit den Konstanten $L_0$ und $L_1$.

a) Bestimmen Sie das mathematische Modell des RLC-Netzwerkes in der Form | 5 P

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, u)$$
$$y = h(\boldsymbol{x}, u).$$

Wählen Sie die Zustandsgrößen $\boldsymbol{x} = [u_{C1}\ u_{C2}\ i_L]^T$.

b) Ermitteln Sie den Arbeitspunkt $\boldsymbol{x}_R$ des Systems für eine allgemeine stationäre Eingangsgröße $u = u_R$. | 2 P

c) Linearisieren Sie das System um den Arbeitspunkt aus b.) und stellen Sie es in der Form | 3 P

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = A\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}\Delta u$$
$$\Delta y = \boldsymbol{c}^T\Delta\boldsymbol{x} + d\Delta u$$

dar.
Hinweis: Explizites Einsetzen des Arbeitspunktes ist nicht erforderlich.

**Aufgabe 2.** Gegeben ist die Regelstrecke

$$\hat{g}(s) = 10\frac{\omega_0^2(-\frac{1}{3}s+1)}{s^2+2d\omega_0 s+\omega_0^2}\ , \qquad d = 0.25\ ,\ \omega_0 = 100$$

An den geschlossen Regelkreis werden folgende Anforderungen gestellt:

$$t_r = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\ddot{u} = 25\%$$

a) Zeichnen Sie das Bodediagramm der Regelstrecke auf dem beigefügten Hilfsblatt ein. | 3 P
Hinweis: Tragen Sie im ersten Schritt die Asymptoten in das Bodediagramm ein und berücksichtigen Sie anschließend die durch das schwingungsfähige Verzögerungsglied hervorgerufene Resonanzüberhöhung.

b) Entwerfen Sie einen Regler $\hat{g}_r(s)$ so, dass die obigen Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis erfüllt werden. Für die Übertragungsfunktion des Reglers gilt: | 3 P

$$\hat{g}_r(s) = \frac{K_P(s^2+2d\omega_0 s+\omega_0^2)}{s(\frac{2-\sqrt{3}}{2}Ts+1)\omega_0^2}$$

c) Zeigen Sie, dass mit dem Regler aus b) zudem die Forderung | 1 P

$$e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)} = 0$$

erfüllt ist.

d) Um welche Art von Regler handelt es sich bei $\hat{g}_r(s)$ aus b)? Unter welchen Bedingungen an die Streckenübertragungsfunktion $\hat{g}(s)$ ist dieser Regler anwendbar? | 1 P

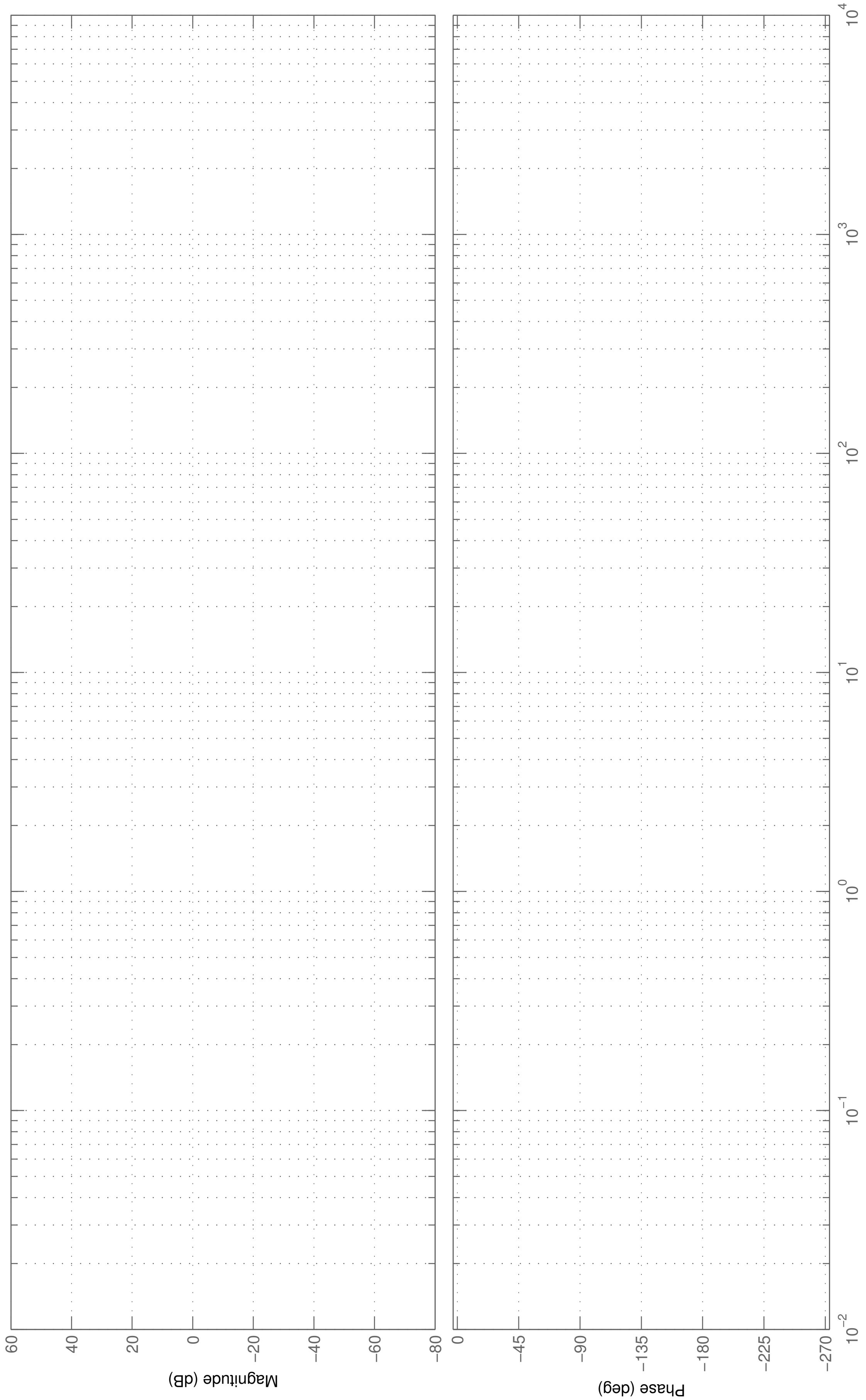


Abb. 2: Bodediagramm zu Aufg. 2

e) Ordnen Sie den gegebenen Sprungantworten 1)–4) die Bodediagramme A)–D) zu. Begründen Sie Ihre Zuordnungen. | 2 P

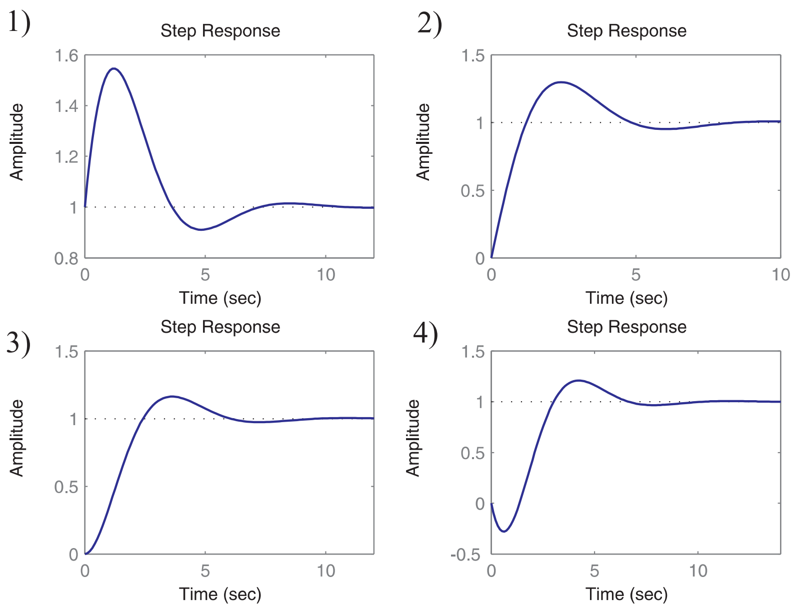


Abb. 3: Sprungantworten

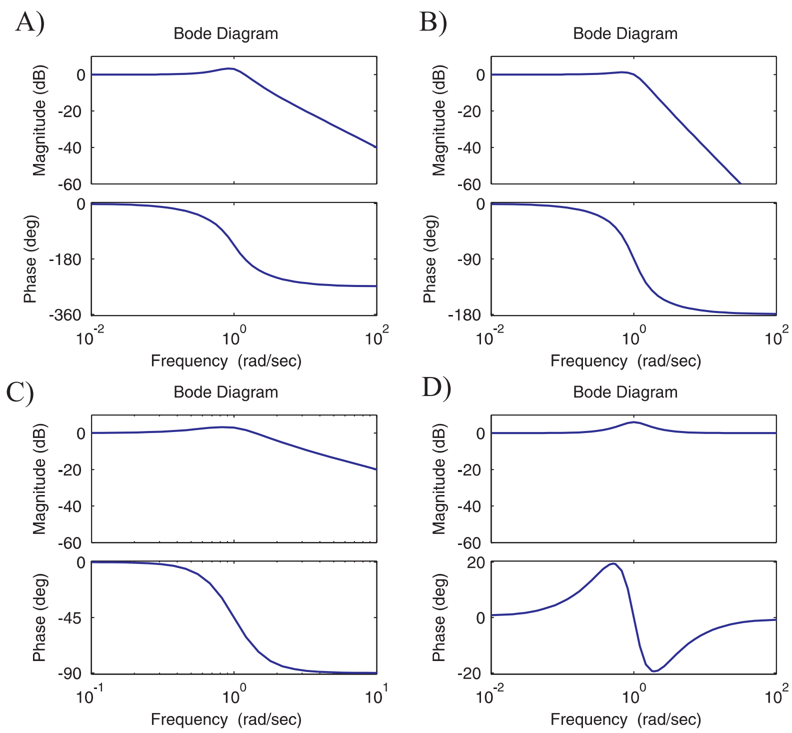


Abb. 4: Bodediagramme

**Aufgabe 3.** Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System mit der Zustandsdarstellung

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \; , \qquad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \; ,$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} \; .$$

a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Dynamikmatrix und beurteilen Sie anhand dieser die Stabilität des Systems. Begründen Sie Ihre Antwort. | 1,5 P

b) Zeigen Sie mit Hilfe des PBH-Eigenvektortests, dass das System vollständig steuerbar ist. | 3,5 P

c) Bestimmen Sie den Vektor $\boldsymbol{k}^T$ der Zustandsrückführung $u = -\boldsymbol{k}^T \boldsymbol{x}$ so, dass die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises die Eigenwerte $\lambda_1^* = -1$, $\lambda_2^* = -2$, $\lambda_3^* = -3$ besitzt. | 2 P

d) Berechnen Sie eine Vorsteuerung, die die Trajektorienfolge | 3 P

$$\boldsymbol{x}(t) \rightarrow \boldsymbol{x}^*(t) = \begin{bmatrix} \sin(2t) \\ 2\cos(2t) \\ -4\sin(2t) \end{bmatrix}$$

realisiert.

**Aufgabe 4.** Die folgenden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System mit der Zustandsdarstellung | 5 P

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & -9 & -5 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \\ -2 \end{bmatrix} u \ , \qquad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \ ,$$
$$y = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + 2\,u \ .$$

- Bestimmen Sie das charakteristische Polynom der Dynamikmatrix und berechnen Sie dessen Wurzeln.
  Hinweis: Eine Wurzel des Polynoms ist $\lambda_1 = -1$.
- Geben Sie die Transformationsmatrix $V$ in die reelle Jordansche Normalform an und ermitteln Sie die Transitionsmatrix in den transformierten Koordinaten.

b) Betrachtet wird das System | 2 P

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} u \ , \qquad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \ ,$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + 2\,u \ .$$

Bestimmen Sie die Kalmansche Steuerbarkeitsmatrix und ermitteln Sie deren Rang. Geben Sie hiermit eine Nullstelle der Übertragungsfunktion des Systems ohne Rechnung an und begründen Sie Ihre Antwort.

c) Die Sprungantwort eines linearen zeitinvarianten Systems ist durch | 1 P

$$h(t) = \frac{1}{2}\Big(-t + \big(\sin(t) + 2\cos(t)\big)\big(\sinh(t) - \cosh(t)\big) + 2\Big)$$

gegeben. Ist das System eingangs–ausgangs–stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Für ein lineares zeitinvariantes System sind die Hankel–Matrix und die Kalmansche Beobachtbarkeitsmatrix gemäß | 2 P

$$\mathcal{H}[1,1] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad O(\boldsymbol{c}^T, A) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 3 \end{bmatrix}$$

gegeben. Analysieren Sie die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des Systems und geben Sie ggf. den nicht-steuerbaren und/oder den nicht-beobachtbaren Unterraum an. Verwenden Sie hierzu keine inversen Matrizen.